

**Кафедра технологий строительства и конструкционных материалов
Российского университета дружбы народов им. Патриса Лумумбы**

Научный семинар по промышленному и гражданскому строительству на тему:

**Проблемные вопросы расчётов железобетонных
конструкций по нелинейной деформационной модели**

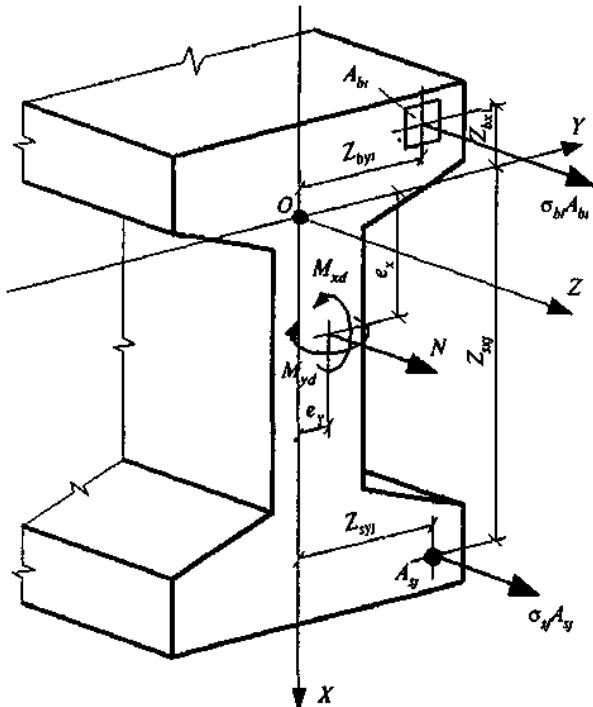
д.т.н., проф.

Радайкин О.В.

Москва, 2025

НЕЛИНЕЙНАЯ ДЕФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ В СОВРЕМЕННОМ ВИДЕ

- СНиП 52-01-2003 Бетонные и железобетонные конструкции
- СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции



- уравнения равновесия внутренних и внешних сил,

$$M_x = \sum_i \sigma_{bi} A_{bi} Z_{bxi} + \sum_j \sigma_{sj} A_{sj} Z_{sxj} \quad (1)$$

- условия совместности деформаций в виде гипотезы плоских сечений

$$\varepsilon_{bi} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} Z_{bxi} + \frac{1}{r_y} Z_{byj} \quad \frac{1}{r} = \frac{M}{D} \quad (2)$$

- диаграммы деформирования материалов

$$\sigma_{bi} = E_b v_{bi} \varepsilon_{bi} \quad \sigma_{sj} = E_s v_{sj} \varepsilon_{sj} \quad (3)$$

СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции»:

5.1.2 ...расчёты железобетонных конструкций по предельным состояниям первой и второй групп производят по напряжениям, усилиям, деформациям и перемещениям... с учетом **физической нелинейности**.

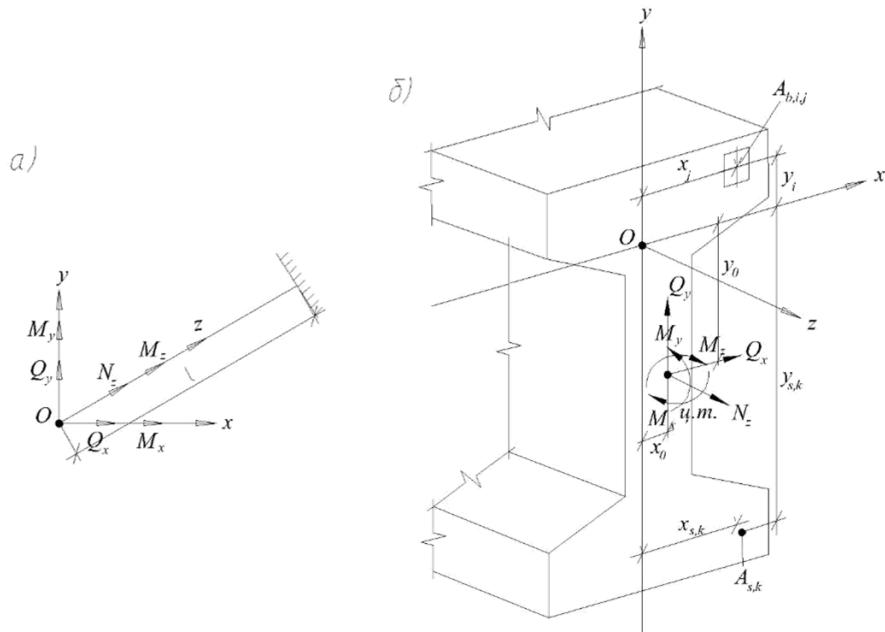
Физическую нелинейность и анизотропию следует учитывать в определяющих соотношениях, связывающих между собой напряжения и деформации (или усилия и перемещения).

...В статически неопределеных конструкциях следует учитывать **перераспределение усилий** в элементах системы вследствие образования трещин и развития неупругих деформаций в бетоне и арматуре вплоть до возникновения предельного состояния в элементе. При отсутствии методов расчета, учитывающих неупругие свойства железобетона, или данных о неупругой работе железобетонных элементов допускается производить определение усилий и напряжений в статически неопределеных конструкциях и системах в предположении упругой работы железобетонных элементов. При этом рекомендуется учитывать влияние физической нелинейности путём **корректировки результатов линейного расчета на основе данных экспериментальных исследований, нелинейного моделирования, результатов расчета аналогичных объектов и экспертных оценок**.

ИСТОРИЯ СОЗДАНИЯ И РАЗВИТИЯ

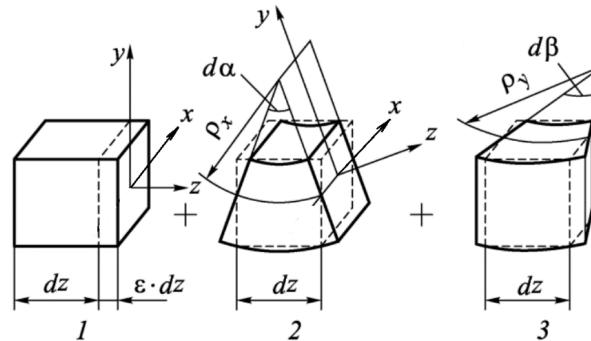
1. **Кодекс-образец ЕКБ-ФИП** / Для иностранных норм по ЖБК. **1978 г.**
2. **Дыховчиний А.А.** «Статически неопределеные железобетонные конструкции». Киев: «Будівельник», **1978 г.**
3. Проектирование железобетонных конструкций. Справочное пособие. Под редакцией **А.Б. Голышева**, 1-е издание, **1985 г.** (стр. 107).
4. **Карпенко Н.И., Мухамедиев Т.А., Сапожников М.А.** К построению методики расчета стержневых элементов на основе диаграмм деформирования материалов // В кн.: Совершенствование методов расчета статически неопределенных железобетонных конструкций. М.: НИИЖБ, **1987**. С. 4-24.
5. Байков В.Н., **Додонов М.И.**, Растиоргуев Б.С. Общий случай расчёта прочности элементов по нормальным сечениям // Бетон и железобетон. **1987**. № 6. С. 16-18
6. **EN 1992-1-2 IDT Еврокод 2** Проектирование железобетонных конструкций (**СНБ 5.03.01-02** - нормы Республики Беларусь, **СП РК ЕН 1992** – нормы Республики Казахстан).
7. **Залесов А.С., Чистяков Е.А., Ларичева И.Ю.** Новые методы расчета железобетонных элементов по нормальным сечениям на основе деформационной расчетной модели // Бетон и железобетон. **1997**. № 5. С. 31-34.
8. **СНиП 52-01-2003** Бетонные и железобетонные конструкции.
9. **СП 63.13330.2012** Бетонные и железобетонные конструкции.
10. **Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В.** Проектирование бетонных, железобетонных и армокаменных элементов и конструкций с применением диаграммных методов расчета. – М.: АСВ, 2019. – 194 с.

ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ НДМ: НОРМАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ СТЕРЖНЕЙ (ОДНООСНОЕ НДС). Общий случай – косое внецентренное сжатие/растяжение



- осевая жёсткость по оси Oz
- статическая жёсткость относительно оси Ox
- статическая жёсткость относительно оси Oy
- изгибная жёсткость относительно оси Ox
- центробежная жёсткость относительно осей Oxy
- изгибная жёсткость относительно оси Oy

$$\varepsilon_z = \varepsilon_z^{(1)} + \varepsilon_z^{(2)} + \varepsilon_z^{(2)} = \varepsilon_0 + \chi_y x - \chi_x y$$



$$\begin{bmatrix} N_z \\ M_x \\ M_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & -D_{12} & D_{13} \\ -D_{21} & D_{22} & -D_{23} \\ D_{31} & -D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_z \\ \chi_x \\ \chi_y \end{bmatrix} = [D] \times \begin{bmatrix} \varepsilon_z \\ \chi_x \\ \chi_y \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{m-1} \nu_{b,ij} E_{b,ij} A_{b,ij} + \sum_{k=1}^p \nu_{s,k} E_{s,k} A_{s,k},$$

$$D_{12} = D_{21} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{m-1} \nu_{b,ij} E_{b,ij} A_{b,ij} y_{bi} + \sum_{k=1}^p \nu_{s,k} E_{s,k} A_{s,k} y_{s,k},$$

$$D_{13} = D_{31} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{m-1} \nu_{b,ij} E_{b,ij} A_{b,ij} x_{bi} + \sum_{k=1}^p \nu_{s,k} E_{s,k} A_{s,k} x_{s,k},$$

$$D_{22} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{m-1} \nu_{b,ij} E_{b,ij} A_{b,ij} y_{bi}^2 + \sum_{k=1}^p \nu_{s,k} E_{s,k} A_{s,k} y_{s,k}^2,$$

$$D_{23} = D_{32} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{m-1} \nu_{b,ij} E_{b,ij} A_{b,ij} x_{bi} y_{bi} + \sum_{k=1}^p \nu_{s,k} E_{s,k} A_{s,k} x_{s,k} y_{s,k},$$

$$D_{33} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{m-1} \nu_{b,ij} E_{b,ij} A_{b,ij} x_{bi}^2 + \sum_{k=1}^p \nu_{s,k} E_{s,k} A_{s,k} x_{s,k}^2,$$

Виды нелинейности в расчётах строительных конструкций

1. Физическая

2. Геометрическая

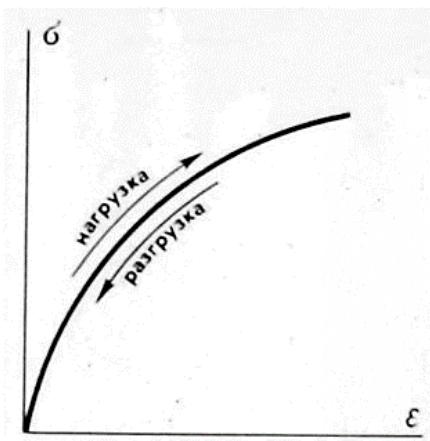
3. Конструктивная

4. Генетическая

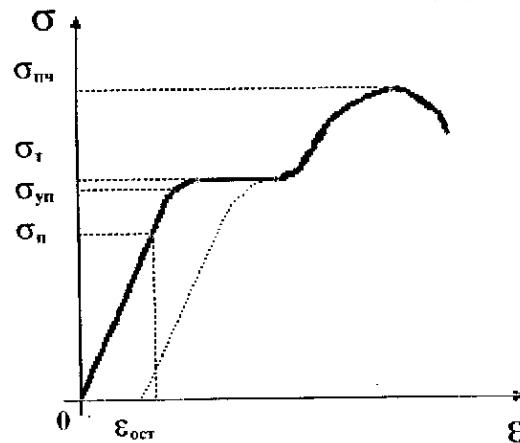
Физическая нелинейность:

$$\sigma = f(\varepsilon)$$

1. Нелинейная упругость
(чугун, керамика и т.п.):



2. Пластичность
(сталь, сплавы):



3. Псевдопластичность
(бетон, кирпич, горные породы):

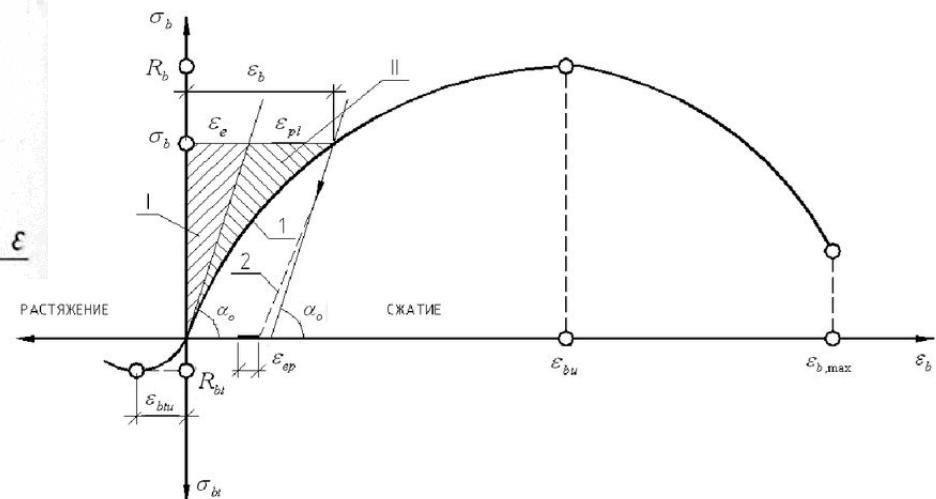
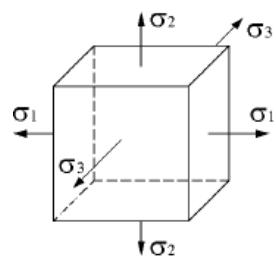
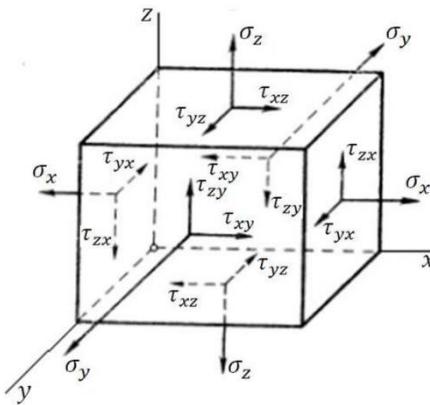


Диаграмма зависимости между напряжениями и деформациями в бетоне
при сжатии и растяжении:

I – область упругих деформаций; II – область пластических деформаций;
1 – загрузка; 2 – разгрузка; ε_{bu} – предельная сжимаемость; ε_{btu} – предельная растяжимость;
 ε_{ep} – доля неупругих деформаций, восстанавливающихся после разгрузки.

Связь диаграммных методов в ЖБК с деформационной теорией пластичности

Справедливы закономерности теории упругости, но деформационные характеристики (модуль деформаций, коэффициент поперечных деформаций и т.п.) материала в зависимостях напряжений и деформаций являются переменными и зависят от уровня нагружения.



1. Объёмная деформация прямо пропорциональна среднему нормальному напряжению (давлению), причём коэффициент пропорциональности тот же, что и в пределах упругости

$$p = 3Ke \quad p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad e = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad - \text{в общем случае НДС}$$

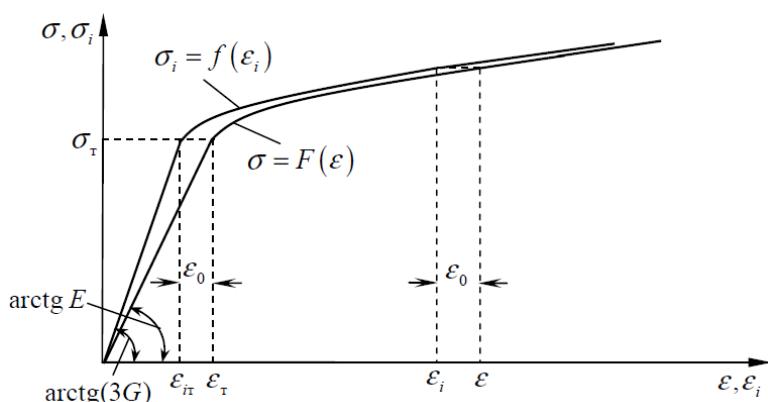
$\sigma = \nu E \varepsilon$ - при одноосном нагружении (по Н.И. Карпенко)

2. Компоненты девиатора напряжений пропорциональны компонентам девиатора деформаций.

$$D_\sigma = \psi D_\varepsilon \quad - \text{в общем случае НДС}$$

$$\sigma = \frac{\nu E}{(1-2\mu)} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad - \text{при одноосном центральном нагружении (в НДМ отсутствует)}$$

3. Интенсивность напряжений является функцией интенсивности деформаций, не зависящей от вида напряжённого состояния



$$\sigma_i = f(\varepsilon_i) \quad - \text{при любых комбинациях напряжений и деформаций}$$

$$\sigma_i = \sigma; \varepsilon_i = \frac{2(1+\mu)}{3} \varepsilon \quad - \text{при одноосном центральном нагружении (в НДМ: } \varepsilon_i = \varepsilon \text{)}$$

Ограничения деформационной теории пластичности:
слабо применима в случае сложного нагружения.

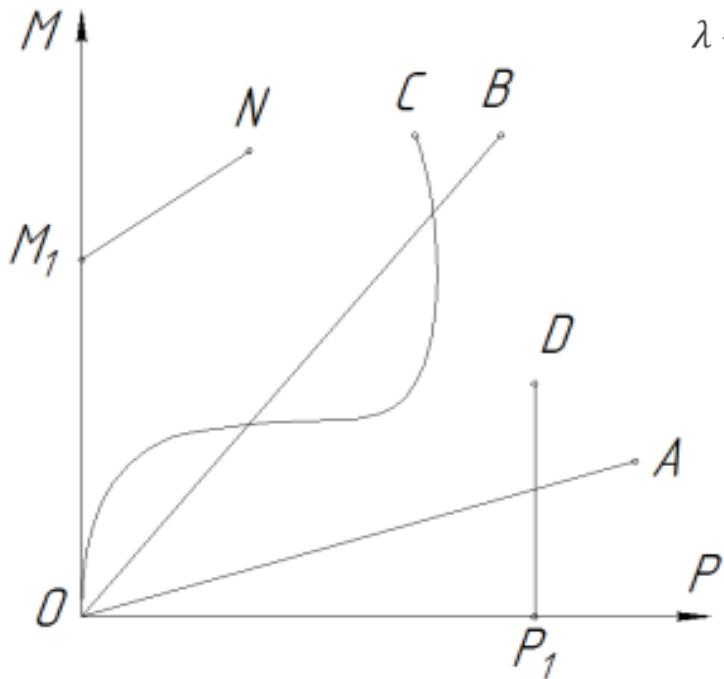
ДЕФОРМАЦИОННАЯ ТЕОРИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ. ГИПОТЕЗЫ.

Недостатки теории пластичности заключаются в её слабом применимости в случае сложного нагружения, а также сложного напряженного состояния.

Нагружение называется простым, если все компоненты тензора напряжений σ_{ij} или внешние силы возрастают от начального состояния пропорционально одному параметру (например времени), т.е.:

$$\sigma_{ij} = \lambda \sigma_{ij}^0,$$

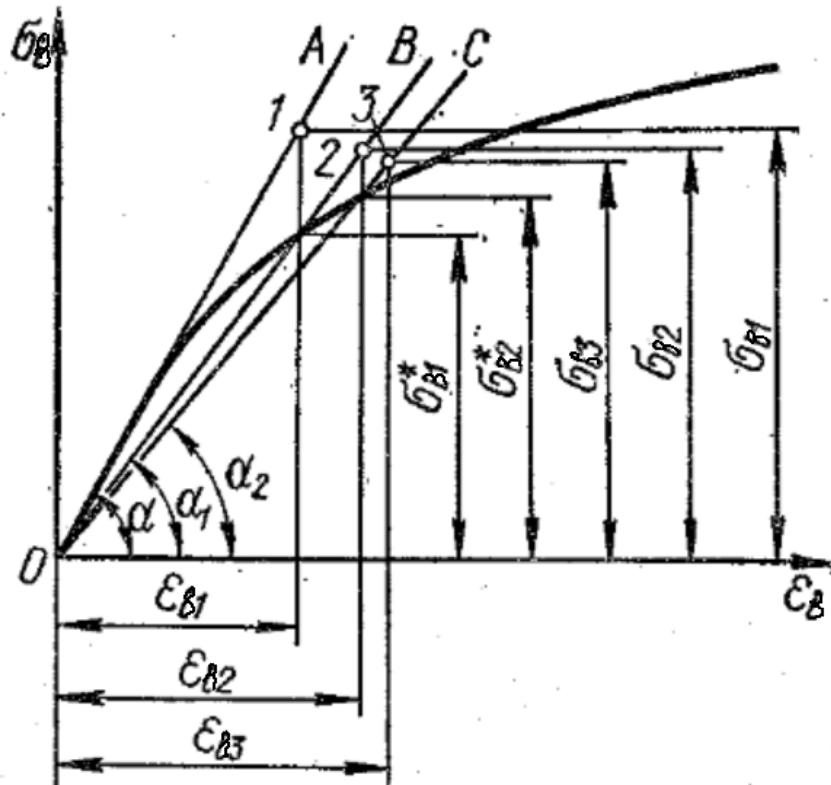
где σ_{ij}^0 – постоянный тензор;
 λ – переменный скалярный параметр.



В противном случае нагружение называется сложным. Примерами простого нагружения в $P + M$ - координатах являются лучи OA и OB , примерами сложного нагружения траектории – OC , OM_1N , OP_1D .

В сложном напряженном состоянии проверку прочности проводят по гипотезам прочности. Величина эквивалентного напряжения определяется, исходя из принятого критерия, при котором сложное напряженное состояние заменяется эквивалентным.

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ НДМ – метод переменных параметров упругости И.А. Биргера



$$\nu_{b2} = f(\varepsilon_{b2}) \quad E_{b2} = \nu_{b2} E_b = \operatorname{tg} \alpha_2$$

$$D_2 = E_{b2} I_{b2} \quad \chi_2 = \frac{M_x}{D_2}$$

$$\sigma_{b2}^* = E_{b2} \varepsilon_{b2}$$

$$\varepsilon_{b3} = \chi_2 x \quad \sigma_{b3} = E_{b2} \varepsilon_{b3}$$

$$\nu_{b0} = 1 \quad E_{b0} = \nu_{b0} E_b = \operatorname{tg} \alpha$$

$$D_0 = \nu_{b0} E_b I_{b0} \quad \chi_0 = \frac{M_x}{D_0}$$

$$\varepsilon_{b1} = \chi_0 x \quad \sigma_{b1} = E_{b0} \varepsilon_{b1}$$

$$\nu_{b1} = f(\varepsilon_{b1}) \quad E_{b1} = \nu_{b1} E_b = \operatorname{tg} \alpha_1$$

$$D_1 = E_{b1} I_{b1} \quad \chi_1 = \frac{M_x}{D_1}$$

$$\sigma_{b1}^* = E_{b1} \varepsilon_{b1}$$

$$\varepsilon_{b2} = \chi_1 x \quad \sigma_{b2} = E_{b1} \varepsilon_{b2}$$

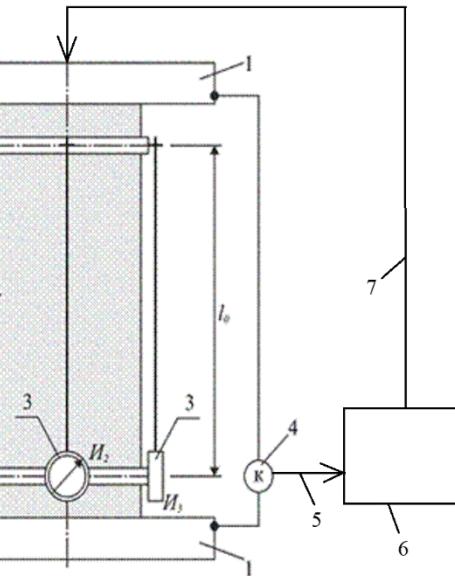
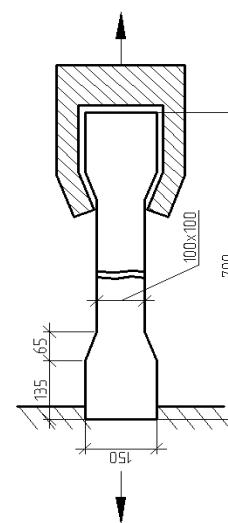
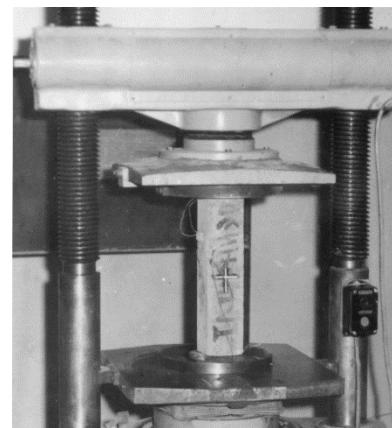
*a**б**в**г*

Рис. 1.11. Стандартные неравновесные испытания бетонных образцов по ГОСТ 28840-90 и ГОСТ 24452-80:
а) испытание бетонного куба на сжатие; б) испытание бетонной призмы на растяжение с изгибом; в) испытание бетонной призмы на сжатие; г) испытание бетонной призмы с галтельями по торцам на осевое растяжение



Рис. 1.12. Стандартные равновесные испытания бетонных образцов по ГОСТ 29167-91 в испытательной машине со следящей системой и быстродействующей обратной связью: 1 – пластины испытательной машины; 2 – опытный образец; 3 – индикаторы часового типа; 4 – контрольно-измерительное устройство, фиксирующее перемещения пластин испытательной машины; 5 – обратная связь; 6 – блок управления; 7 – прямая связь

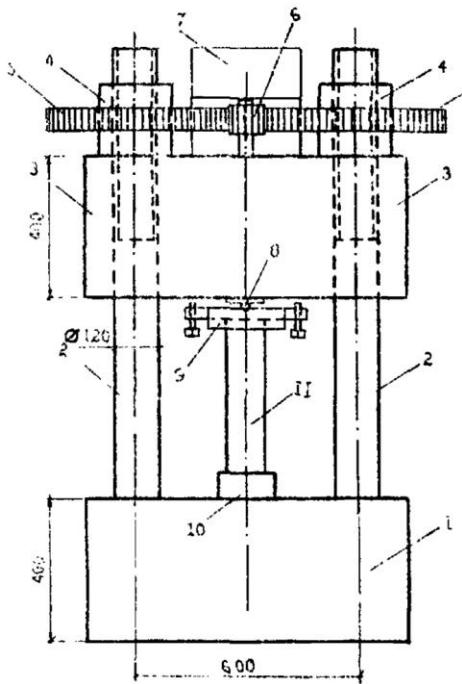


Рис. 1.17. Испытательное устройство – винтовой пресс: 1 – основание; 2 – колонна; 3 – подвижная траверса; 4 – втулка; 5 – зубчатое колесо; 6 – шестерня; 7 – привод редуктора; 8 – шарнир; 9 – центрирующее приспособление; 10 – силоизмеритель; 11 – опытный образец

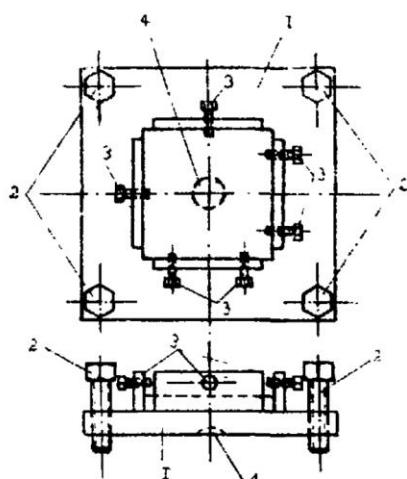


Рис. 1.18. Приспособление для центрирования и поддержания центрального деформирования испытываемого образца: 1 – опорная пластина; 2 – центрирующие болты; 3 – винты для первичного центрирования; 4 – лунка под шар

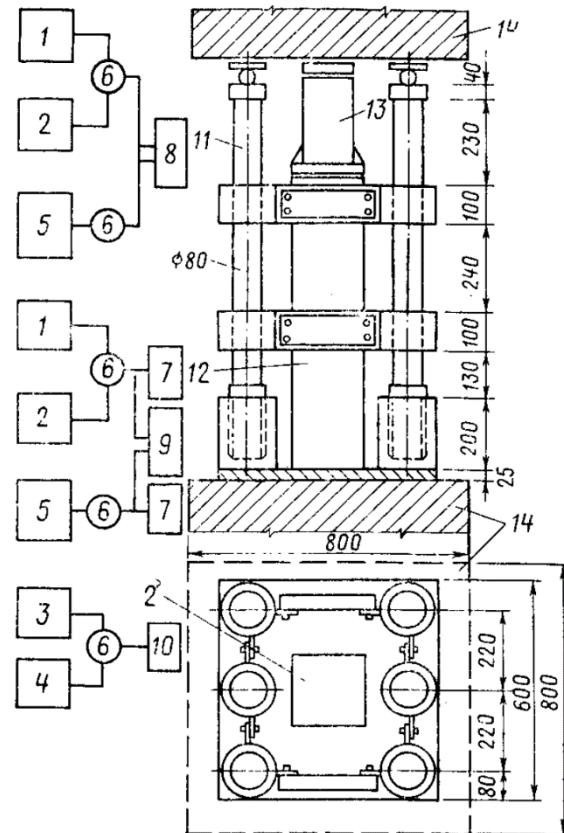


Рис. 1.19. Схема установки [] для испытаний опытных образцов и последовательность подключения приборов для получения полной диаграммы сжатия в системе пресса: 1...4 – датчики перемещений с диапазоном измерений 2,5 и 25 мм; 5, 13 – тензодинамометры; 6, 7 – преобразователь сигналов (ПА-1) с усилителем; 8 – самопишущий потенциометр ПДС-021; 9 – магнитоэлектрический осциллограф Н-115; 10 – графопостроитель Н-306; 11 – упругие стойки; 12 – образец; 14 – плиты пресса

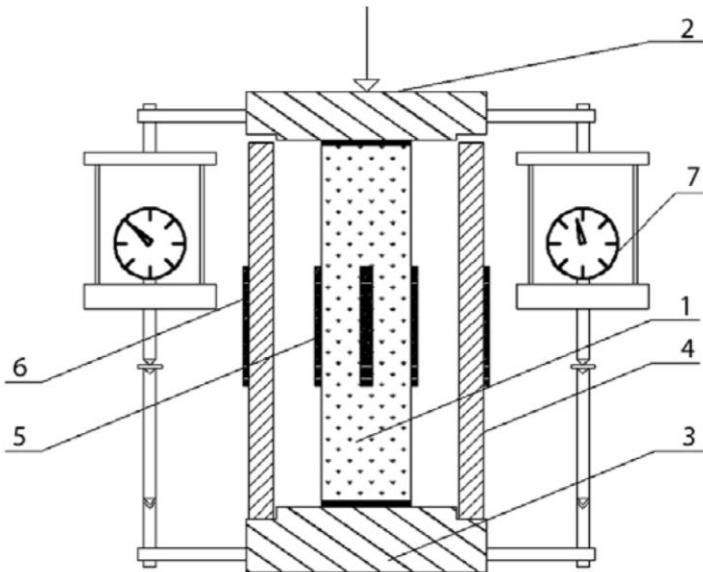


Рис. 1.20. Схема устройства для получения полных диаграмм деформирования бетона []: 1 – образец; 2 – верхняя крышка; 2 – нижняя крышка; 4 – труба; 5 – тензорезисторы образца; 6 – тензорезисторы трубы; 7 – индикаторы часового типа

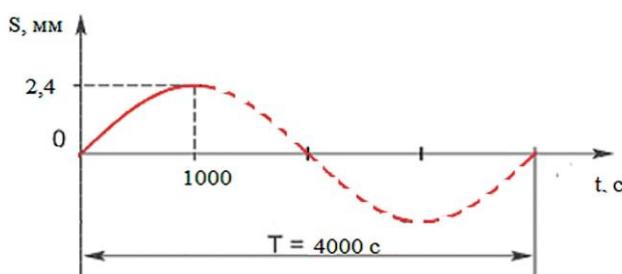


Рис. 1.22. Режим испытания образца с заданной скоростью перемещения активной опоры

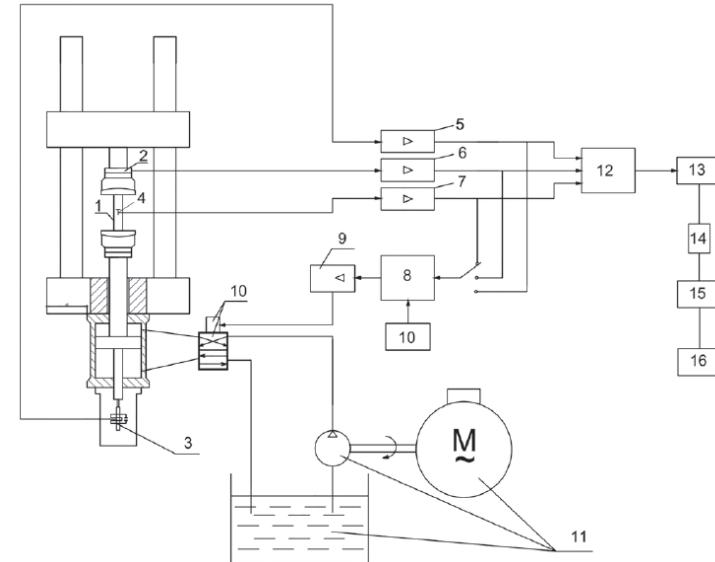


Рис. 1.21. Принципиальная блок-схема сервогидравлической испытательной и измерительной системы: 1 – опытный образец; 2 – датчик силы; 3 – датчик перемещения; 4 – датчик деформаций; 5 – усилитель канала перемещения; 6 – усилитель канала силы; 7 – усилитель канала деформаций; 8 – селектор обратной связи; 9 – усилитель; 10 – генератор формы сигнала; 11 – насосная станция; 12 – согласующий усилитель; 13 – интерфейс с АЦП и ЦАП; 14 – интерфейс связи; 15 – персональный компьютер; 16 – печатающий терминал

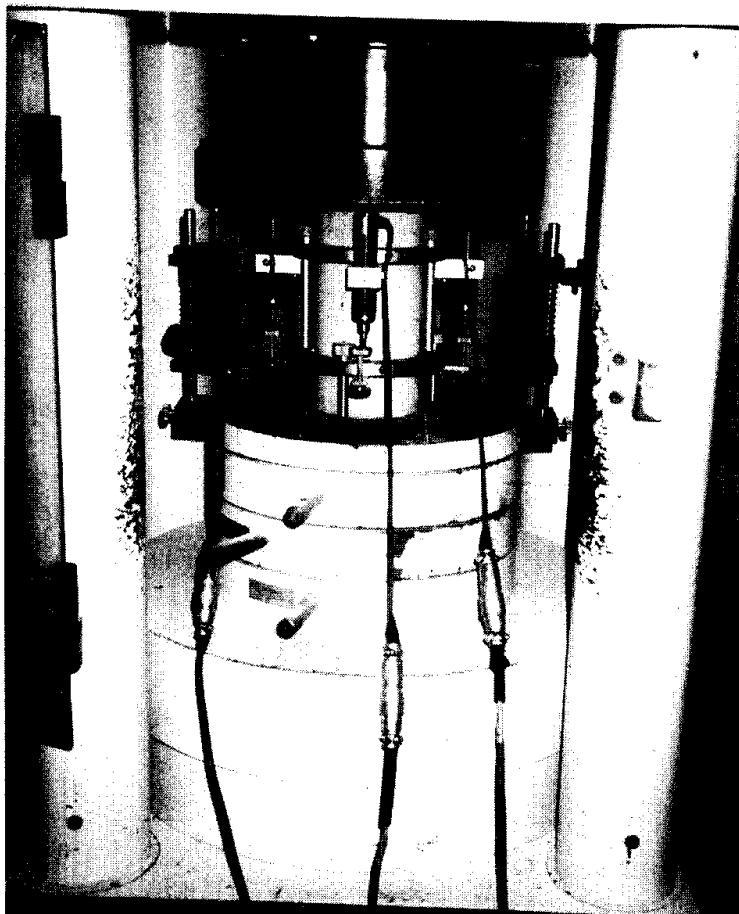


Рис. 1.23. Гидравлическая испытательная машина с серво управлением замкнутого контура марки Dansion на 3000 кН

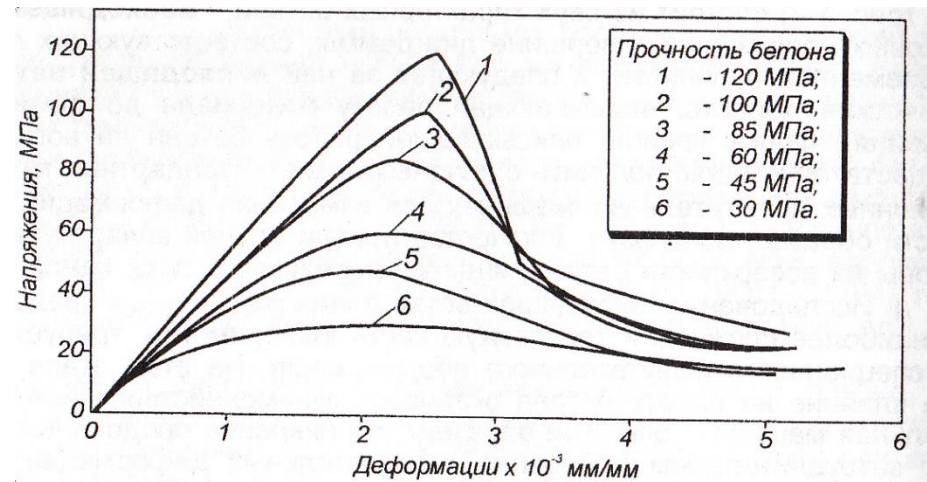
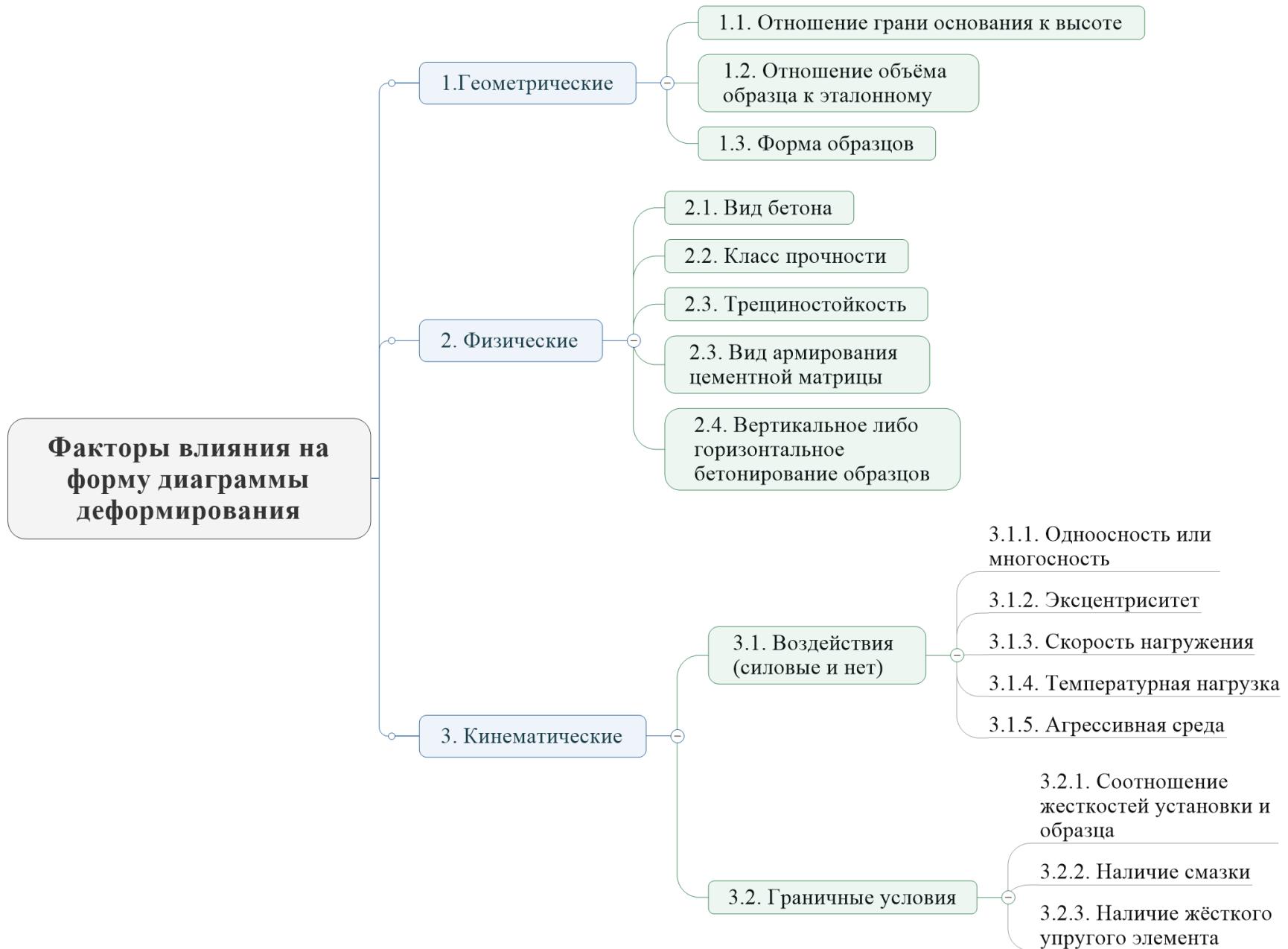


Рис. 1.24. Характерный вид диаграмм деформирования бетона различной прочности при сжатии



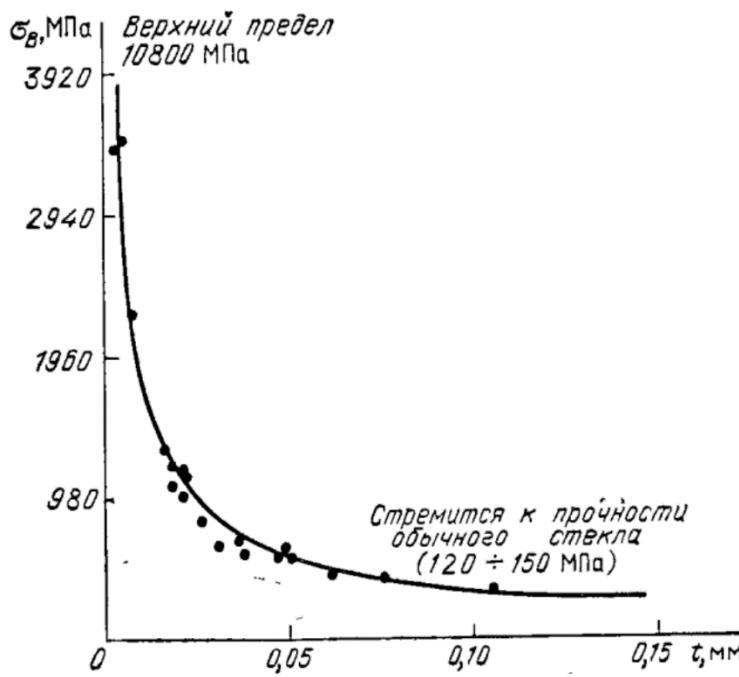
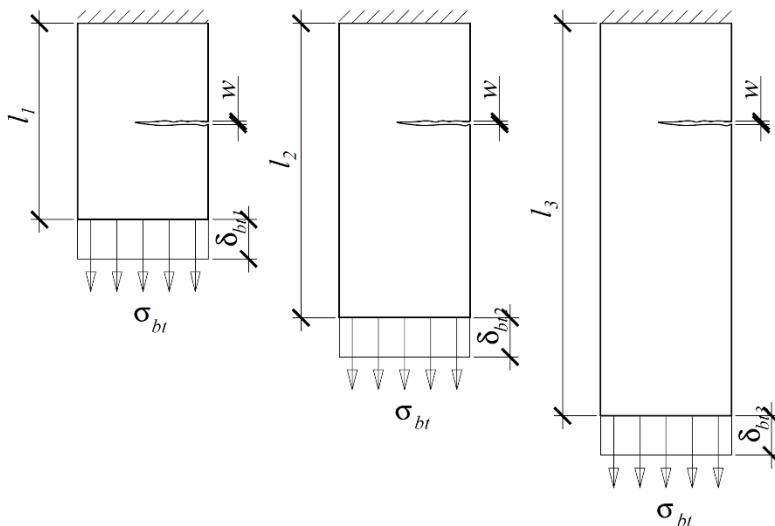


Рис. 1.29. Зависимость прочности стеклянных волокон от их толщины



$$R = \alpha \frac{F}{A} \quad (1.3) \quad b_0 = 150 \text{ мм}$$

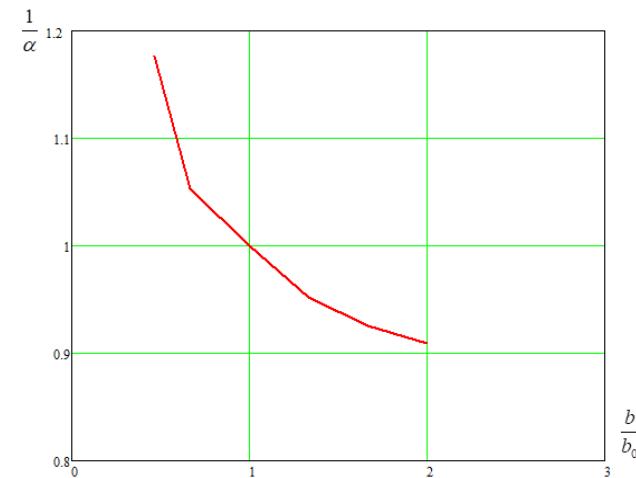
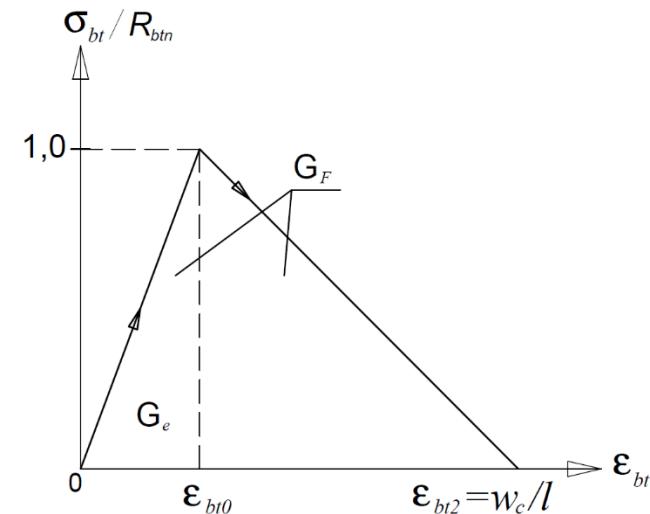
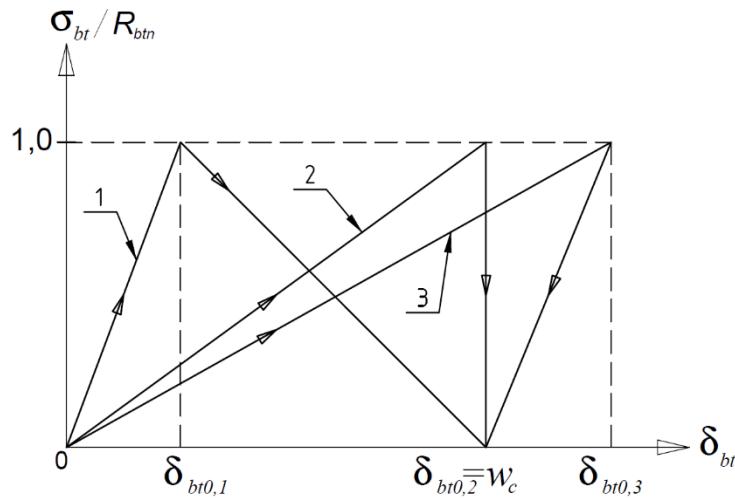


Рис. 1.30. Зависимость обратного коэффициента масштаба от относительного размера образца





$$\delta_{b0,i} = \varepsilon_{b0,i} l_i = \frac{R_{bt}}{E_b} l_i \quad \delta_{b0,1} < \delta_{b0,2} < \delta_{b0,3}$$

$$\delta_{b0,1} < w_c \quad \delta_{b0,2} = w_c \quad \delta_{b0,3} > w_c$$

$$W_d = G_f b h = \frac{1}{2} R_{bt} w_c b h \quad W_e = \frac{1}{2} \frac{R_{bt}^2}{E_{bt}} b h l$$

$$\chi = \frac{W_e}{W_d} = \frac{R_{bt}}{E_{bt}} \frac{l}{w_c}$$

1 – $\chi < 1$ – псевдопластичное разрушение (стержень №1);
 2 – $\chi = 1$ – неустойчивое равновесие (стержень №2);
 3 – $\chi > 1$ – квазихрупкое разрушение (стержень №3). Поведение ниспадающей ветви деформирования для данного вида разрушения в зарубежной литературе носит название «*snap-back*» эффекта.

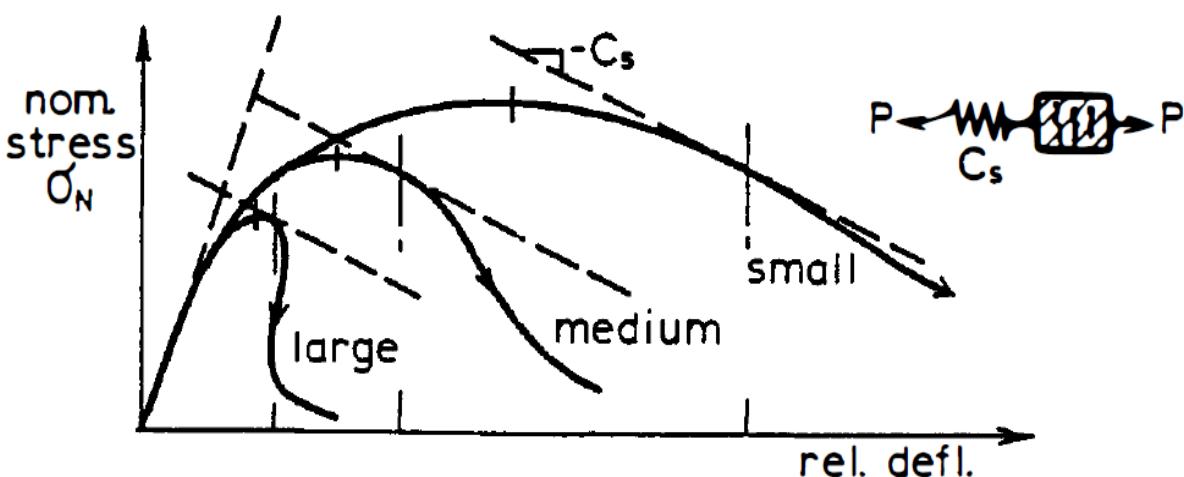
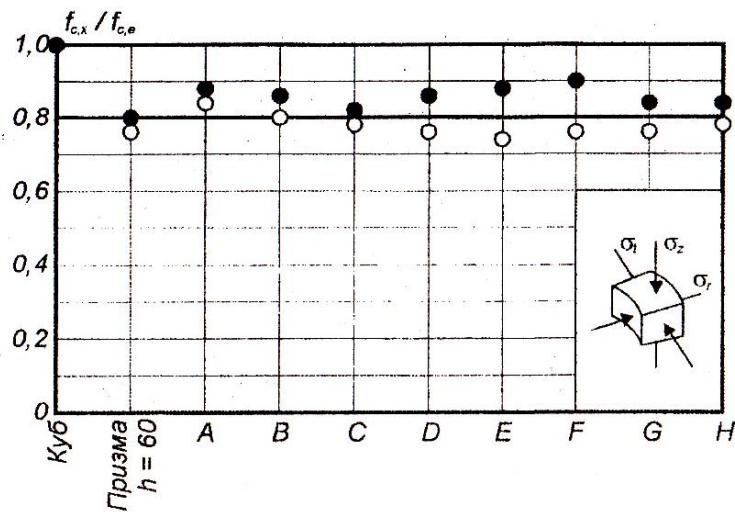
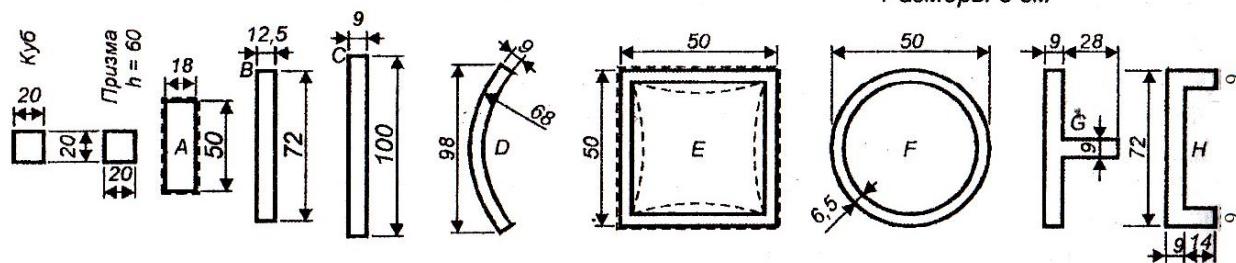
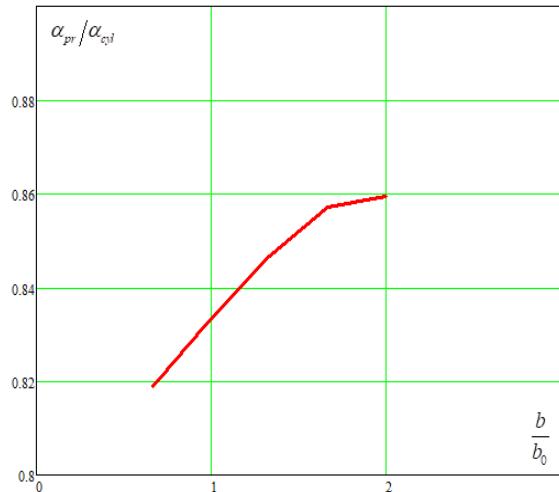


Рис. 1.34. Диаграммы растяжения бетонных образцов различного размера из работы []

- при $b=\varnothing=100$ мм, $\alpha_{pr}/\alpha_{cyl} = 0,819$;
- при $b=\varnothing=150$ мм, $\alpha_{pr}/\alpha_{cyl} = 0,833$;
- при $b=\varnothing=200$ мм, $\alpha_{pr}/\alpha_{cyl} = 0,847$;
- при $b=\varnothing=250$ мм, $\alpha_{pr}/\alpha_{cyl} = 0,857$;
- при $b=\varnothing=300$ мм, $\alpha_{pr}/\alpha_{cyl} = 0,859$.

Рис. 1.31. Зависимость отношения коэффициентов масштаба призмы и цилиндра от относительного размера образца



$$R_{b,x} = R \left\{ \left(5,1 - \frac{1,5R}{100} \right) \left[\left(\frac{S_0}{S_c} \right)^2 - 0,062 \right] + 1 \right\}$$

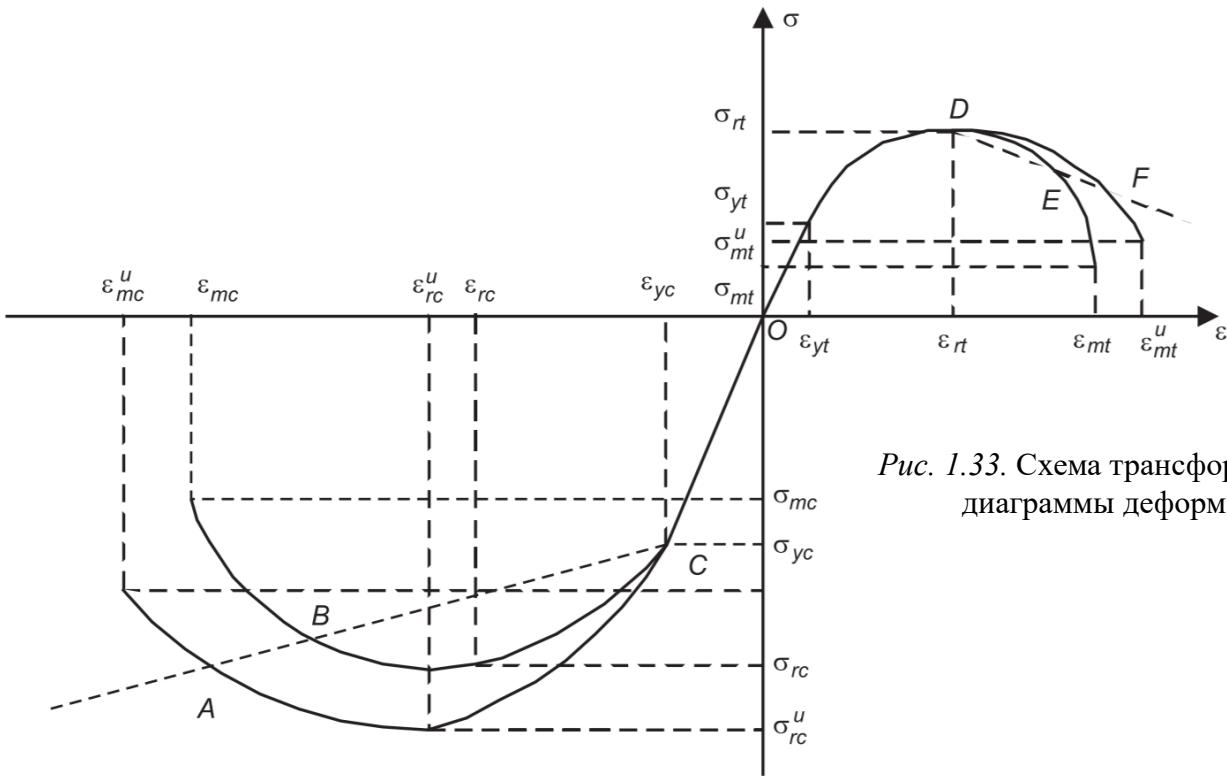


Рис. 1.33. Схема трансформирования эталонной диаграммы деформирования бетона

$$\sigma(\varepsilon) = \psi^u(\varepsilon) = \begin{cases} k_t \psi\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_{rt}}{k_t} + \varepsilon_{rt}\right) - (k_t - 1)\psi(\varepsilon_{rt}) & \text{при } \varepsilon \geq \varepsilon_{rt} \\ \psi(\varepsilon) & \text{при } \varepsilon < \varepsilon_{rt} \end{cases}$$

$$\sigma(\varepsilon) = \psi^u(\varepsilon) = \begin{cases} k_c \psi\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_{yc}}{k_c} + \varepsilon_{yc}\right) - (k_c - 1)\psi(\varepsilon_{yc}) & \text{при } \varepsilon \leq \varepsilon_{yc} \\ \psi(\varepsilon) & \text{при } \varepsilon > \varepsilon_{yc} \end{cases}$$

Трансформация диаграмм деформирования акад. Карпенко Н.И. (Прил. Г СП 63.13330):
переход от центрального осевого нагружения к растяжению/сжатию при изгибе

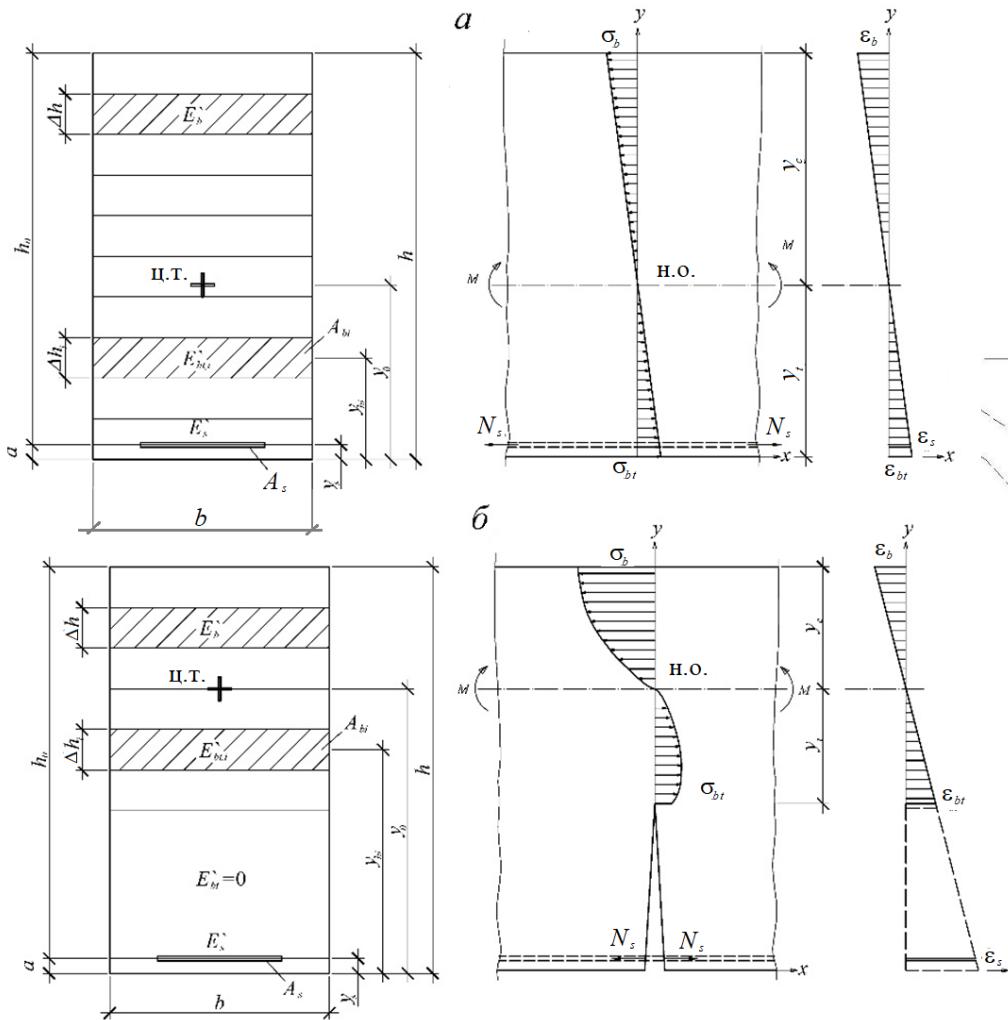


Рис. 6.1. Расчётная схема нормального сечения изгибающегося железобетонного элемента (а) до и (б) после образования трещины

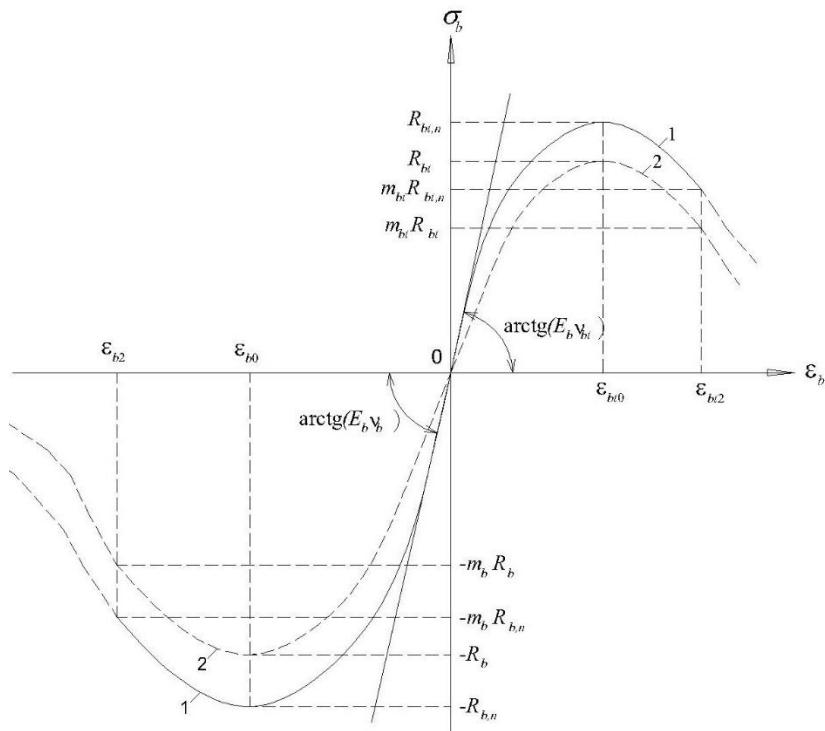


Рис. 6.2. Диаграммы деформирования бетона при растяжении (верхние) и при сжатии (нижние): 1 – нормативные, 2 – расчётные

Для диаграммы сжатия бетона:

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b \nu_b},$$

$$\nu_b = \bar{\nu}_b \pm (\nu_0 - \bar{\nu}_b) \sqrt{1 - \omega \eta - (1 - \omega) \eta^2},$$

$$\bar{\nu}_b = - \frac{R_{b,n}}{\varepsilon_{b0} E_b}$$

$$\varepsilon_{b0} = - \frac{B}{E_b} \lambda \frac{1 + \left(0,8 - 0,15 \frac{B^2}{10000} \right) \frac{\lambda B}{60} + 0,2 \frac{\lambda}{B}}{0,12 + 1,03 \frac{B}{60} + \frac{0,2}{B}}$$

- для восходящей ветви диаграммы $\nu_0 = 1,0$,

$$\omega = 2 - 2,5 \bar{\nu}_b$$

- для нисходящей ветви диаграммы $\nu_0 = 2,05 \bar{\nu}_b$

$$\omega = 3,5 \beta_c \bar{\nu}_b^2 - 0,14,$$

$$\beta_c = 0,775 + 3,7B - 22,5B^2$$

Для диаграммы растяжения бетона:

$$(4) \quad \varepsilon_{bt} = \frac{\sigma_{bt}}{E_{bt} \nu_{bt}}, \quad (11)$$

$$(5) \quad \nu_{bt} = \bar{\nu}_{bt} \pm (\nu_0 - \bar{\nu}_{bt}) \sqrt{1 - \omega \eta - (1 - \omega) \eta^2}, \quad (12)$$

$$(6) \quad \bar{\nu}_{bt} = - \frac{R_{bt,ser}}{\varepsilon_{bt,0} E_b} \quad (13)$$

$$(14) \quad \bar{\nu}_{bt} = \left(a + 0,15k \frac{R_{bt,n}}{R_{0,n}} \right) \frac{1}{k},$$

где $R_{0,n} = 2,5$ МПа, a – коэффициент, принимаемый $a=0,4$ – для неармированных сечений, $a=0,6$ – для железобетонных сечений; k – коэффициент, равный для нормативной диаграммы 1,0, для расчётной – $k=R_{bt,ser}/R_{bt}$;

(8) - для нисходящей ветви диаграммы

$$(15) \quad \omega = 0,5 \beta_t \bar{\nu}_t - 0,14$$

$$(9) \quad \beta_t = 1 + 0,29 \left(\frac{B}{100} \right) \quad \text{- если } a=0,4 \quad (16)$$

$$(10) \quad \beta_t = 1,5 + 0,5 \left(\frac{B}{100} \right) \quad \text{- если } a=0,6 \quad (17)$$

$\gamma_{bt} = R_{bt,n}/R_{bt} = 1,5$ и $\gamma_b = R_{b,n}/R_b = 1,3$.

$$\eta_{bt} = \gamma_{bt} \sigma_{bt} / R_{bt,n} = \sigma_{bt} / R_{bt}$$

$$\eta_b = \gamma_b \sigma_b / R_{b,n} = \gamma_b \sigma_b / R_b$$

$$\bar{\nu}_{bt} = \frac{1}{\gamma_{bt}} \left(a + 0,15 \frac{R_{bt,n}}{R_{0tn}} \right) \quad (20)$$

$$(18) \quad \nu_{bt} = \frac{1}{\gamma_{bt}} \left[\bar{\nu}_{bt} \pm (\nu_0 - \bar{\nu}_{bt}) \sqrt{1 - \omega \eta_{bt} - (1 - \omega) \eta_{bt}^2} \right] \quad (21)$$

$$(19) \quad \nu_b = \frac{1}{\gamma_b} \left[\bar{\nu}_b \pm (\nu_0 - \bar{\nu}_b) \sqrt{1 - \omega \eta_b - (1 - \omega) \eta_b^2} \right]$$

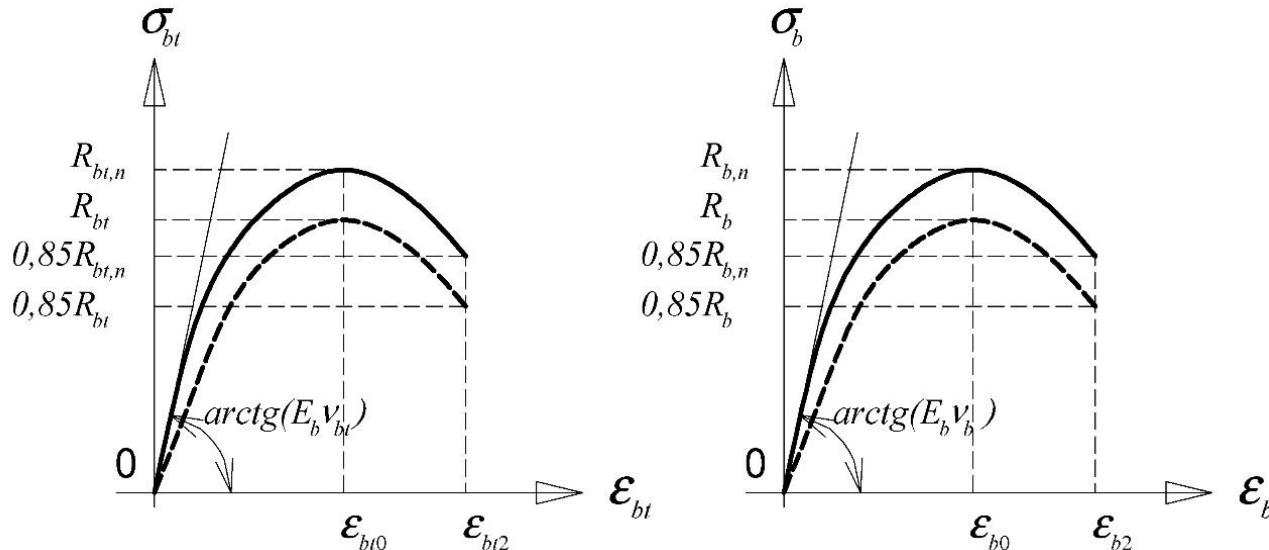


Рис. 3. Диаграммы деформирования бетона
— нормативные диаграммы, --- расчётные

$$M_{crc} = R_{bt,ser} \frac{bh^2}{3,5}, \quad M_{crc} = \gamma R_{bt,ser} W_{red} \quad (22)$$

$$\varepsilon_{bt2} = \frac{0,85 R_{bt,ser}}{E_b v_{bt}(0,85)} \quad (23)$$

Таблица 2 – Сопоставление M_{crc} по различным методикам для бетона классов B10, B25 и B45

Параметр	Методика	Класс бетона											
		B10				B25				B45			
		Процент армирования			Процент армирования			Процент армирования			Процент армирования		
		Неарм.	$\mu=0,63\%$	$\mu=2,31\%$	$\mu=3,08\%$	Неарм.	$\mu=0,63\%$	$\mu=2,31\%$	$\mu=3,08\%$	Неарм.	$\mu=0,63\%$	$\mu=2,31\%$	$\mu=3,08\%$
M_{crc} , кН·м	1	7,771	9,608	13,848	15,723	14,629	16,833	21,713	23,906	20,114	22,653	28,125	30,539
		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	8,072	12,736	23,913	28,533	15,035	19,907	32,047	37,357	-	-	-	-
		1,038*	1,326	1,727	1,815	1,028	1,183	1,476	1,563	-	-	-	-
	3	7,342	10,359	17,689	20,833	13,646	16,876	25,055	28,648	-	22,748	30,666	34,565
		0,945*	1,078	1,277	1,325	0,933	1,003	1,154	1,198	-	1,004	1,090	1,132

Таблица 3 – Сопоставление M_{crc} по различным методикам для бетона классов B60, B80 и B100

Параметр	Методика	Класс бетона											
		B60				B80				B100			
		Процент армирования			Процент армирования			Процент армирования			Процент армирования		
		Неарм.	$\mu=0,63\%$	$\mu=2,31\%$	$\mu=3,08\%$	Неарм.	$\mu=0,63\%$	$\mu=2,31\%$	$\mu=3,08\%$	Неарм.	$\mu=0,63\%$	$\mu=2,31\%$	$\mu=3,08\%$
M_{crc} , кН·м	1	23,771	26,529	32,377	35,022	21,854	29,418	35,506	38,261	29,257	32,376	38,877	41,820
		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3	21,776	25,263	34,243	38,275	-	28,515	36,789	40,883	-	31,038	39,644	43,906
		0,916*	0,952	1,058	1,093	-	0,969	1,036	1,068	-	0,959	1,020	1,050

Примечание:1 – СНиП 2.03.01-84*; 2 – по предложенным формулам, $a = 0,4$, 3 – то же при $a = 0,6$

* в данной строке приведено отношение момента, полученного по сравниваемой методике, к значению по СНиП 2.03.01-84*

$$M_{ult} = R_b b x (h_0 - 0,5x), \quad (24)$$

$$\varepsilon_{b,\max} = \varepsilon_{b2}, \quad \varepsilon_s = \varepsilon_{s2}, \quad (25)$$

Таблица 4 – Сопоставление M_{ult} по различным методикам для бетона классов В10, В25 и В45

Параметр	Методика	Класс бетона																	
		В10			В25			В45			В10			В25			В45		
		Процент армирования			Процент армирования			Процент армирования			Процент армирования			Процент армирования					
		Неарм.	$\mu=0,63\%$	$\mu=2,31\%$	$\mu=3,08\%$	Неарм.	$\mu=0,63\%$	$\mu=2,31\%$	$\mu=3,08\%$	Неарм.	$\mu=0,63\%$	$\mu=2,31\%$	$\mu=3,08\%$	Неарм.	$\mu=0,63\%$	$\mu=2,31\%$	$\mu=3,08\%$		
M_{ult} кН·м	1	$\xi=0,69\xi_R$	$\xi=2,51\xi_R$	$\xi=3,34\xi_R$		$\xi=0,28\xi_R$	$\xi=\xi_R$	$\xi=1,2\xi_R$		$\xi=0,12\xi_R$	$\xi=0,44\xi_R$	$\xi=0,58\xi_R$							
		7,771	54,151	-	-	14,629	62,124	171,771	196,074	20,114	64,488	202,912	251,436						
	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-						
		8,072	53,875	73,065	74,840	15,035	62,265	157,05	163,555	-	64,745	201,665	248,455						
		1,038*	0,995	-	-	1,028	1,002	0,914	0,834	-	1,004	0,994	0,998						

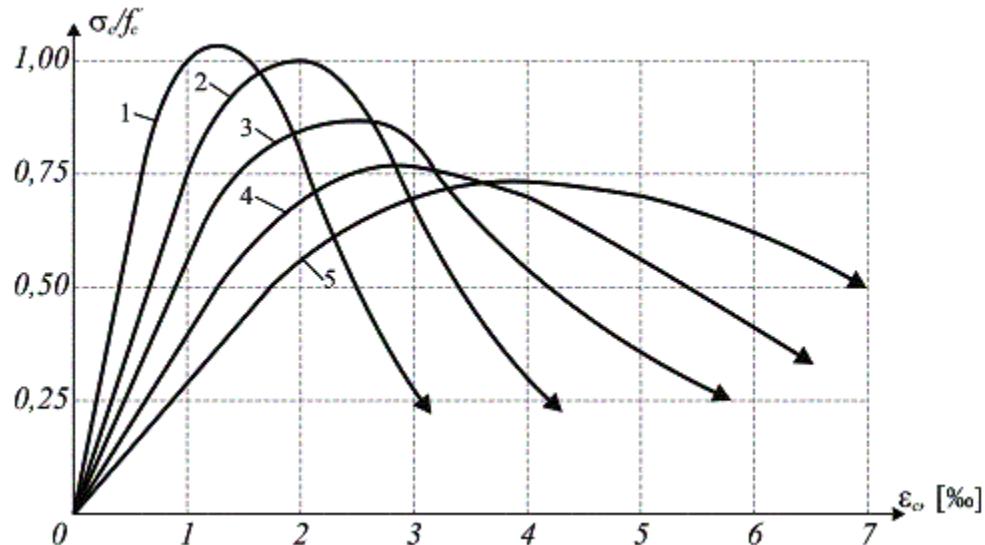
Таблица 5 – Сопоставление M_{ult} по различным методикам для бетона классов В60, В80 и В100

Параметр	Методика	Класс бетона																	
		В60			В80			В100			В60			В80			В100		
		Процент армирования			Процент армирования			Процент армирования			Процент армирования			Процент армирования					
		Неарм.	$\mu=0,63\%$	$\mu=2,31\%$	$\mu=3,08\%$	Неарм.	$\mu=0,63\%$	$\mu=2,31\%$	$\mu=3,08\%$	Неарм.	$\mu=0,63\%$	$\mu=2,31\%$	$\mu=3,08\%$	Неарм.	$\mu=0,63\%$	$\mu=2,31\%$	$\mu=3,08\%$		
M_{ult} кН·м	1	$\xi=0,69\xi_R$	$\xi=2,51\xi_R$	$\xi=3,34\xi_R$		$\xi=0,28\xi_R$	$\xi=\xi_R$	$\xi=1,2\xi_R$		$\xi=0,12\xi_R$	$\xi=0,44\xi_R$	$\xi=0,58\xi_R$							
		23,771	65,279	213,337	269,97	21,854	65,786	220,01	281,833	29,257	66,087	223,975	288,882						
	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-							
		21,776	65,565	212,665	267,945	-	65,975	219,685	280,535	-	66,235	223,915	287,945						
		0,916*	1,004	0,997	0,992	-	1,003	0,998	0,995	-	1,002	1,0	0,997						

Примечание:

1 – СНиП 2.03.01-84* ; 2 – по предложенным формулам

* в данной строке приведено отношение момента, полученного по сравниваемой методике, к значению по СНиП 2.03.01-84*



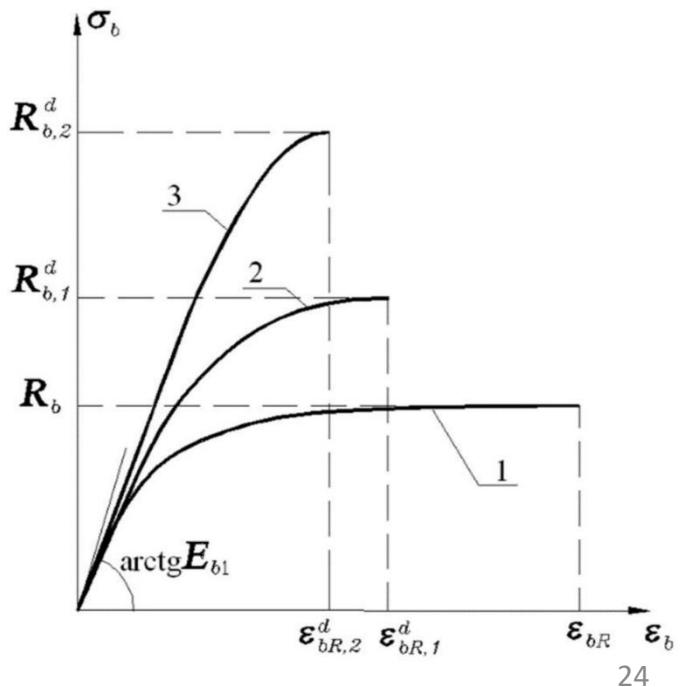
1 – 1 %о/0,6 сек.; 2 – 1 %о/мин.; 3 – 1 %о/100 мин.;
4 – 1 %о/7 дней; 5 – 1 %о/700 дней

Рис. 1.33. Влияние скорости нагружения образца на форму кривой и параметрических точек диаграммы деформирования бетона при сжатии

Рис. 1.34. Диаграммы деформирования бетона при центральном статическом (1) и динамическом сжатии с учётом различного времени нагружения (2,3)

$$W_{\tau 1} = W_{\tau 2} = \dots W_{\tau i} = \dots W_{\tau n} = \text{const}$$

$$\int_0^{\varepsilon_{b2_1}} \sigma_{b_1} d\varepsilon_{b_1} = \int_0^{\varepsilon_{b2_2}} \sigma_{b_2} d\varepsilon_{b_2} = \dots \\ = \int_0^{\varepsilon_{b2_i}} \sigma_{b_i} d\varepsilon_{b_i} = \dots = \int_0^{\varepsilon_{b2_n}} \sigma_{b_n} d\varepsilon_{b_n} = \text{const}$$



СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ФИЗИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ (ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ) БЕТОНА НА ОСНОВЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО МЕТОДА

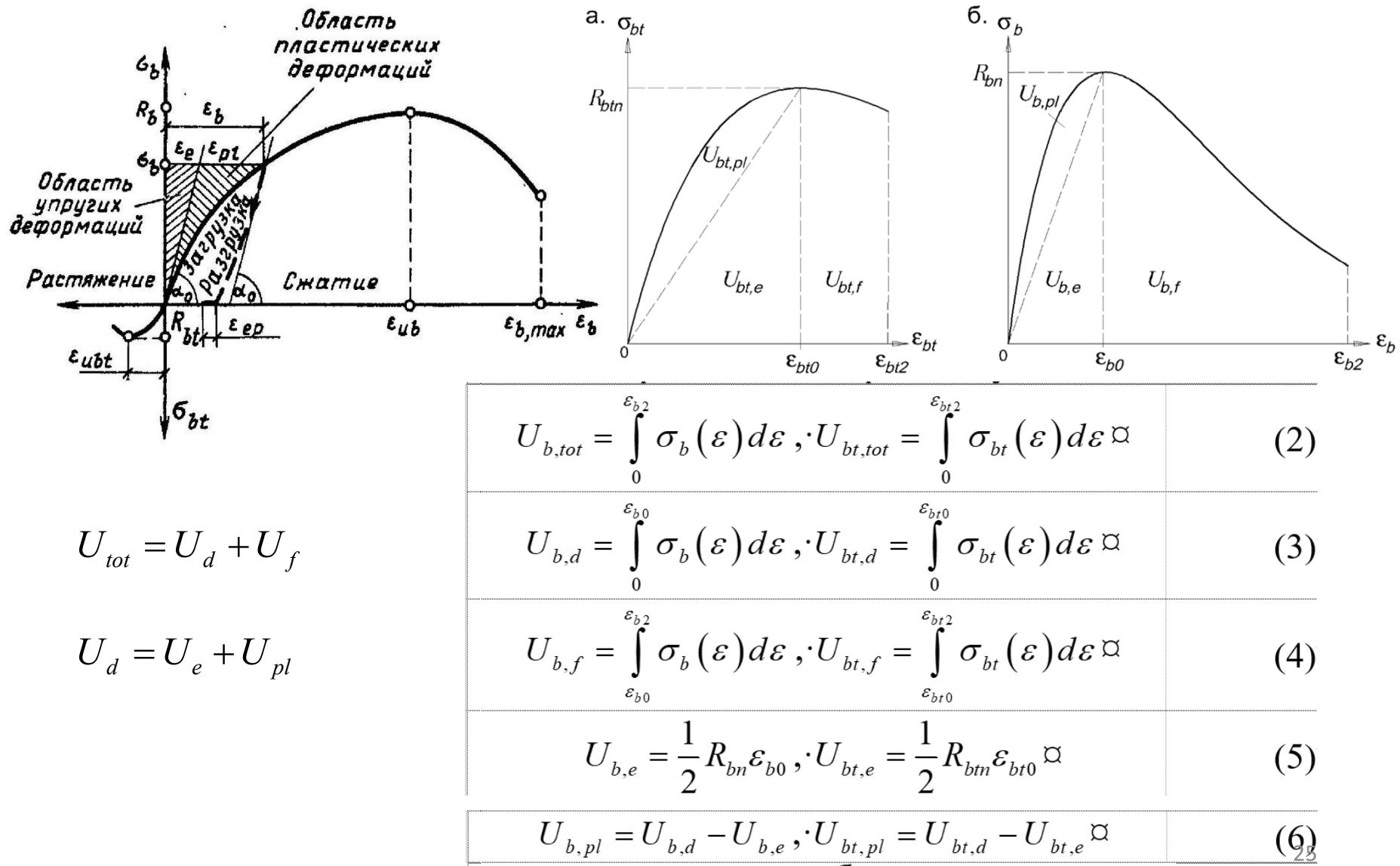


Таблица 1

[Ист.]	Расчётное выражение (аппроксимация)	Вид диаграммы деформирования бетона (на примере кл. В10)
1	2	3
Трёхлинейная СП 63.1330.2012 [7]	$\sigma_b = \begin{cases} E_b \varepsilon_b; & 0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b1} \\ \left[\left(1 - \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \right) \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_{b1}}{\varepsilon_{b0} - \varepsilon_{b1}} + \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \right] R_b; & \varepsilon_{b1} < \varepsilon_b < \varepsilon_{b0} \\ R_b; & \varepsilon_{b0} < \varepsilon_b < \varepsilon_{b2} \end{cases},$ $\sigma_{b1} = 0,6R_b$	
Двухлинейная СП 63.1330.2012 [7]	$\sigma_b = \begin{cases} E_{bred} \varepsilon_b; & 0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b1red} \\ R_b; & \varepsilon_{b1red} < \varepsilon_b < \varepsilon_{b2} \end{cases}$	
Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. [3], [4]	$\frac{\sigma_c}{R_b} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta}, \quad \eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}, \quad k = 1,1E_{cm} \cdot \frac{ \varepsilon_{c1} }{R_b}$	
	$\sigma_b = \nu_b E_b \varepsilon_b,$ $\nu_b = \bar{\nu}_b \pm (\nu_0 - \bar{\nu}_b) \sqrt{1 - \omega \eta_b - (1 - \omega) \eta_b^2},$ $\eta_b = \sigma_b / R_b$	

<p>Радайкин О.Б. [9]</p>	$\sigma_b = a_c (1 - b_c D_b)^{c_c} E_b \varepsilon_b, \quad D_b = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b2}}, \quad a_c = \frac{2,7 R_b}{E_b \varepsilon_{b0}}$ $, \quad b_c = \frac{1}{50 R_b}, \quad c_c = 50 R_b \frac{\varepsilon_{b2}}{\varepsilon_{b0}} - 1$	
<p>Мурашкин Г.В. [2]</p>	$\sigma_b = a_c \varepsilon_b^{b_c} \exp\left(\frac{-b_c \varepsilon_b}{p}\right)$	
<p>Поповикс [10]</p>	$\sigma_b(\varepsilon_b) = R_{bn} \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} \frac{n}{n-1 + \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}}\right)^n}, \quad n = 0,58 R_{bn} + 1$	
<p>Томашевич учётом [12]</p>	$\sigma_b(\varepsilon_b) = R_{bn} \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} \frac{n}{n-1 + \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}}\right)^{kn}}, \quad n = \frac{8,32}{8,32 - R_{bn}^{0,475}},$ $\varepsilon_{b0} = 0,7 \left(\frac{R_{bn}}{10^9}\right)^{0,31}, \quad k = \begin{cases} 1 & \text{при } \varepsilon_b < \varepsilon_{b0} \\ \frac{R_{bn}}{20} & \text{при } \varepsilon_b \geq \varepsilon_{b0} \end{cases}$	

<p>Карейра и Чу [13]</p>	$\sigma_b(\varepsilon_b) = R_{bn} \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} \frac{n}{n-1 + \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}}\right)^n}, \quad n = \frac{2}{1 - \frac{R_{bn}}{\varepsilon_{b0} F_b}}$	
<p>Хогнестад [14]</p>	$\sigma_b = R_{bn} \left[\frac{2\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} - \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} \right)^2 \right]$	

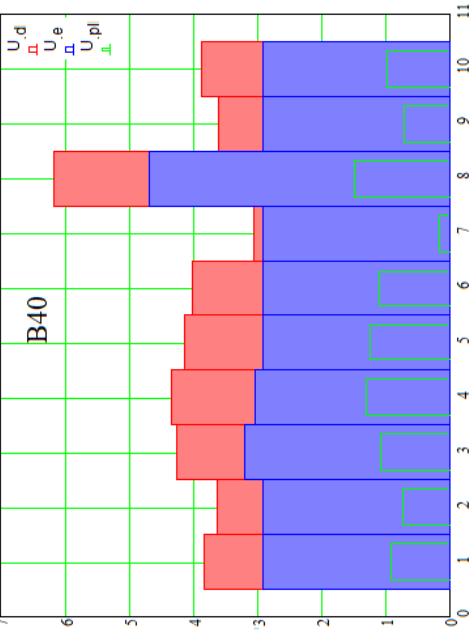
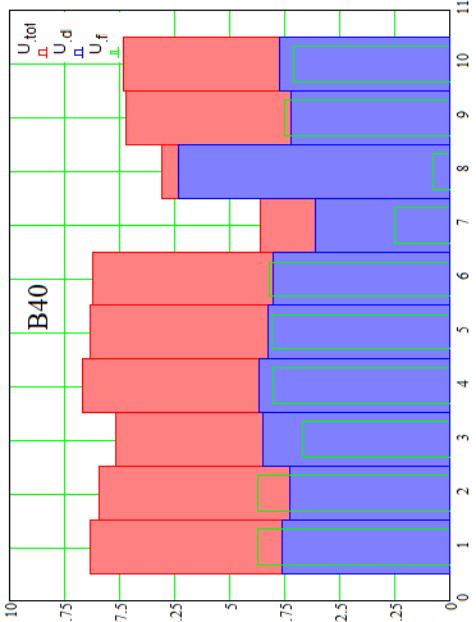
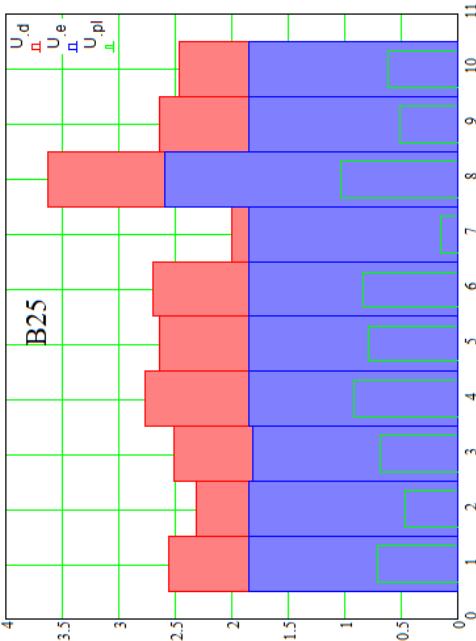
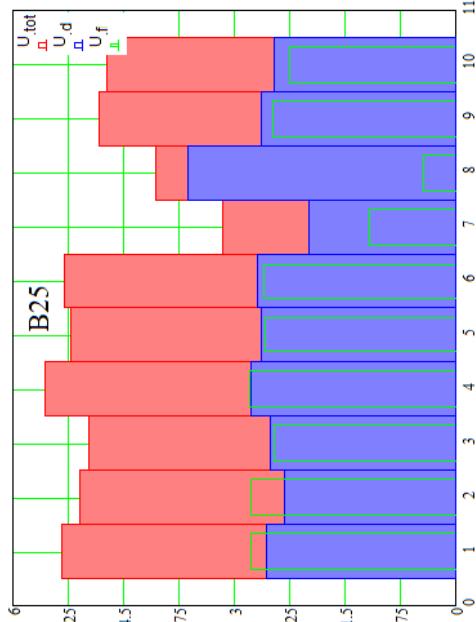
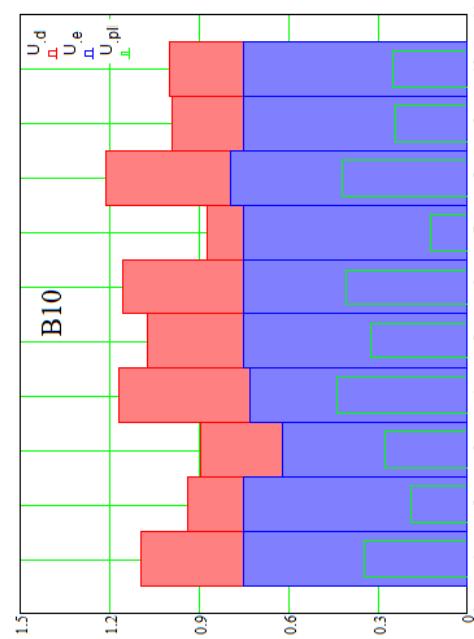
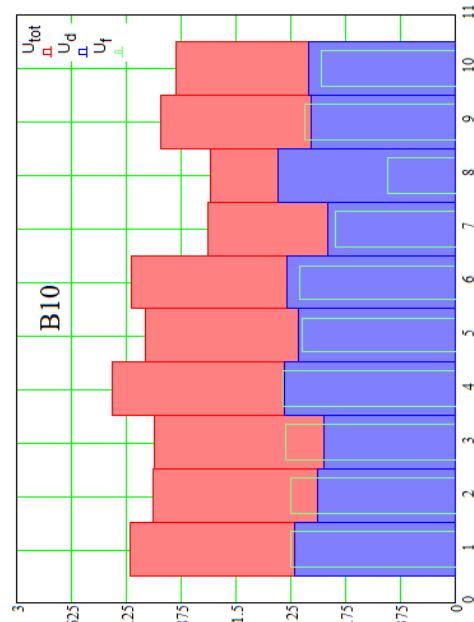


Рис. 2. Структура энергозатрат на деформирование и разрушение бетона различных классов при сжатии, МПа $\times 10^{-2}$

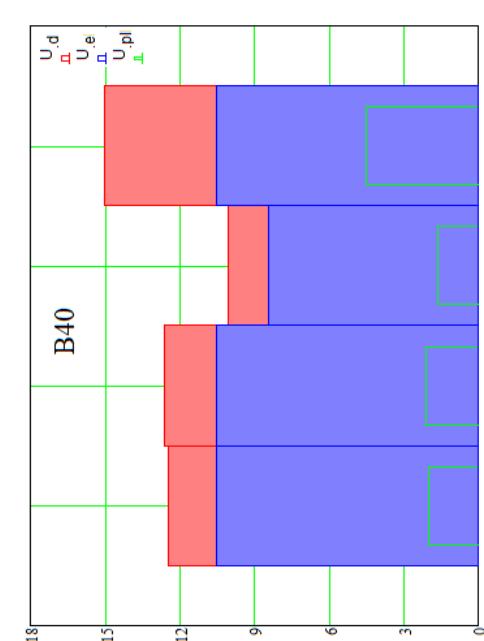
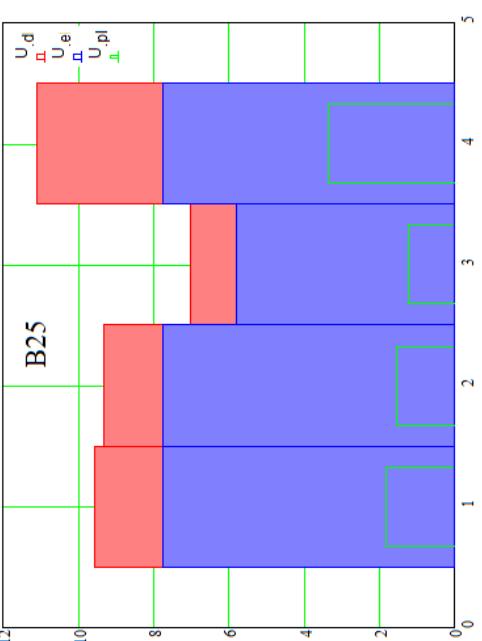
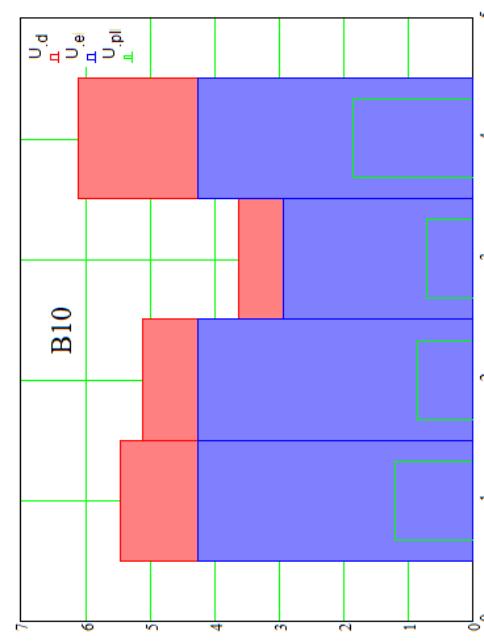
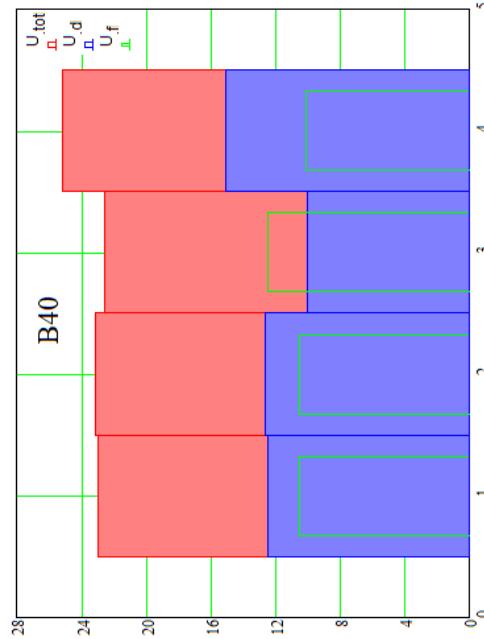
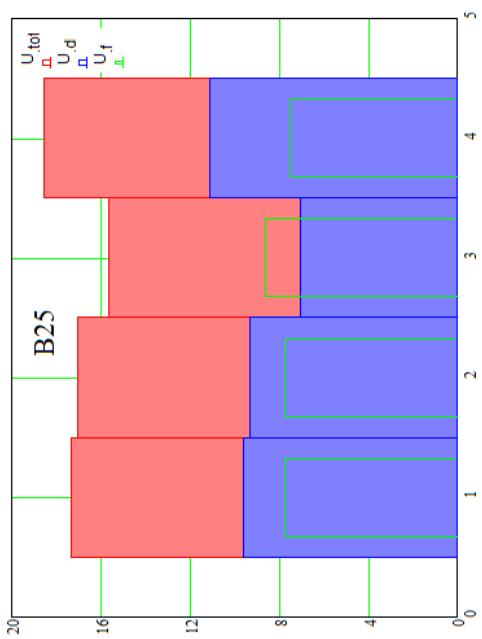
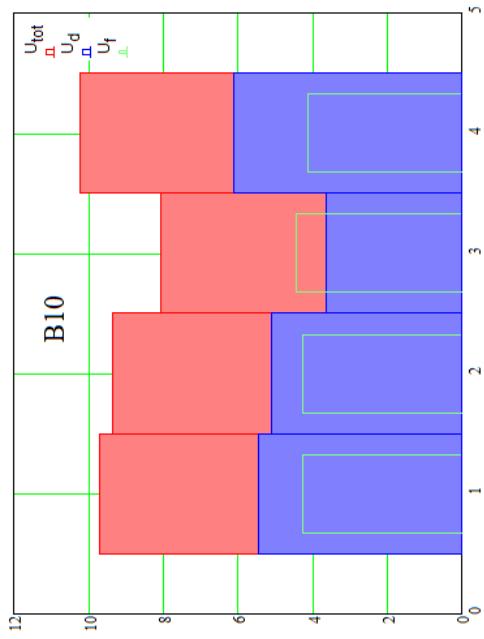


Рис. 3. Структура энергозатрат на деформирование и разрушение бетона различных классов при растяжении, $\text{МПа} \times 10^{-5}$

Выводы:

1. Проведено сравнение 10-и наиболее распространённых, общепризнанных в нормативной и научной литературе диаграмм деформирования бетона при кратковременном сжатии и 4-х – при кратковременном растяжении – по критерию затрат энергии на деформирование и разрушение.

2. Установлено, что близкие значения по энергозатратам дают диаграммы сжатия под номерами 1-6 и 9 [2], [3], [7]-[9] и [13]. Максимальная разница в значениях $U_{b,tot}$ между ними для бетона B10 не превышает 16,2 % и она снижается до 13,5 % с увеличением класса до B40. Остальные диаграммы – 7, 8 и 10, – могут быть использованы с большой осторожностью после тщательной проверки и возможной корректировки. Так, разница полных энергозатрат между диаграммой 4 и 8 достигает 40 %.

3. Отличие в $U_{b,tot}$ между трёх- и двухлинейной диаграммой [7] (под номером 1 и 2) хотя и достигает всего 7,6 %, а между диаграммой [3] (под номером 4) и двухлинейной – 13,7 %, однако последняя имеет наименьшие энергозатраты на псевдопластические деформации: в 2,32 раза меньше, чем для криволинейной диаграммы 4, и в 1,84 раза, чем для трёхлинейной 1.

4. Для 7 из 10 рассмотренных диаграмм при сжатии выявлена закономерность, что энергозатраты на деформирование и разрушение материала количественно равны друг другу, $U_{b,d} = U_{b,f}$ (соответственно равны площади фигур под восходящей ветвью диаграммы и ниспадающей).

5. При растяжении отличие в полных энергозатратах максимально между диаграммами [3] и [9] и составляет 27,0 % для бетона B10 и 11,7 – для B40. Близкие данные по всем энергозатратам получились для двух- и трёхлинейной диаграммам [7] – расхождение в пределах 3,8%, поэтому для моделирования растянутой зоны бетона достаточно применить упрощенную двухлинейную.

6. Для дальнейшего совершенствования нелинейной деформационной модели рекомендованы диаграммы сжатия: трёхлинейная [7], криволинейные [2], [3] и [9]. При растяжении пока не ясно, какую именно диаграмму следует рекомендовать для этих целей. Тем не менее при использовании рассматриваемой модели в современном её виде [7] для инженерных расчётов наиболее подходящими являются диаграммы [3] и [9].

СУЩНОСТНЫЙ ПОДХОД К ПОЛУЧЕНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ (ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ)

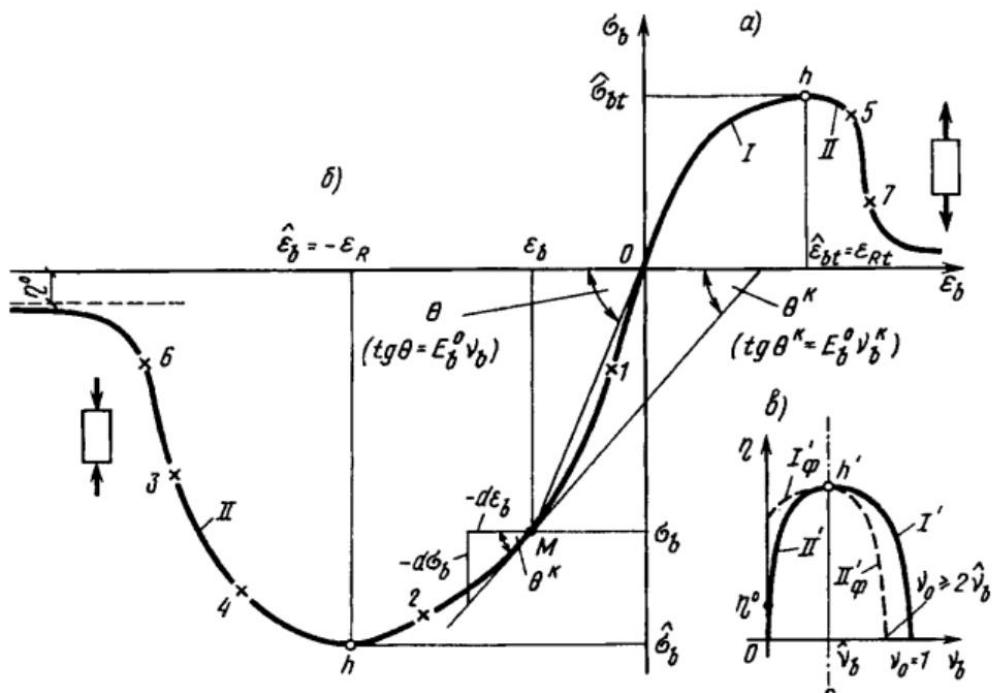
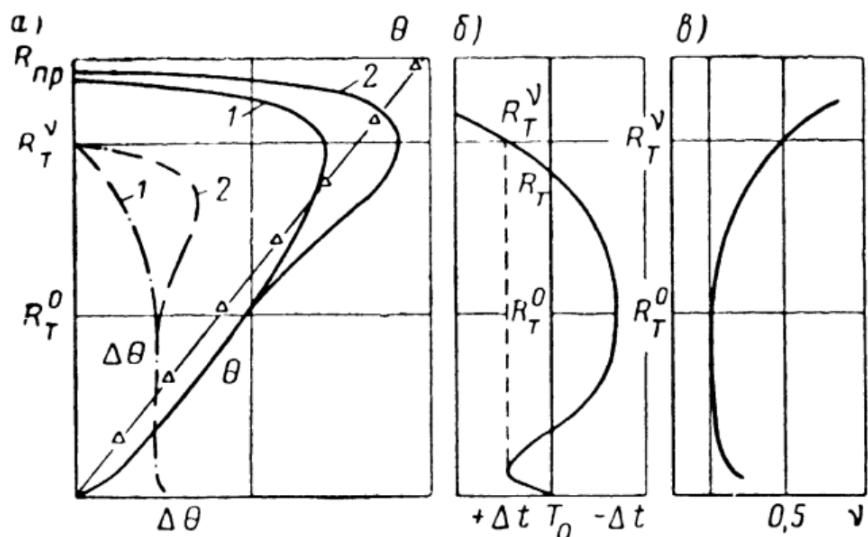


Рис. 1.25. Диаграммы деформирования бетона при растяжении (а) и сжатии (б), в – к построению диаграмм



$$\sigma_b = 3\sigma_i = 3 \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_3$$

$$\theta = \frac{1 - 2v_b}{E_b} \sigma_b$$

$$R_{\text{t}}^0 / R_{bn} = 0,35 \lg R_{bn} - 0,5$$

$$R_{\text{t}}^{\nu} / R_{bn} = 0,35 \lg R_{bn} - 0,175$$

Рис.1.26. Изменение характеристик деформирования бетона при испытании на сжатие []: а – кривые изменения объёма бетона и приращения объема при испытании на сжатие; б – диаграммы состояний по результатам ультразвуковых наблюдений; кривая изменения коэффициента поперечной деформации

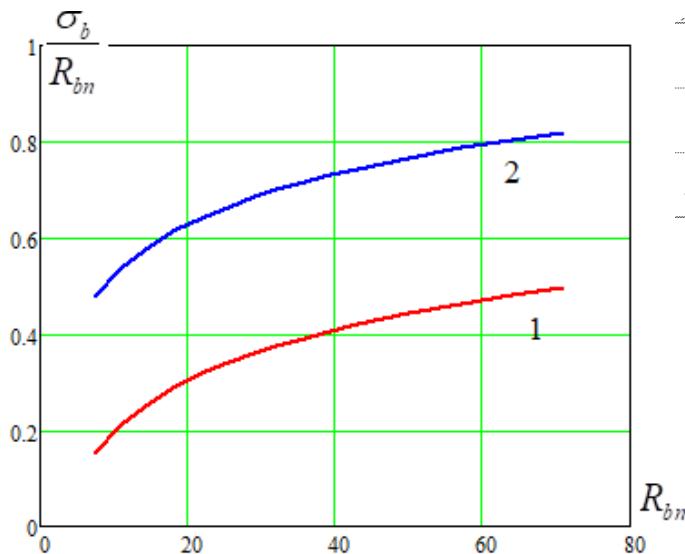


Рис. 1.27. Уровни трещинообразования по [Берг]:
1 – нижний предел трещинообразования; 2 –
верхний предел трещинообразования

$$R_{\text{T}}^0 = 0,0036R_{bn}^2 + 0,324R_{bn} - 1,38, \quad \varepsilon_{\text{T}}^0 = (1,133R_{bn} + 1,60) \cdot 10^{-5}; \quad (1.3.1)$$

$$R_{\text{T}}^V = 0,0031R_{bn}^2 + 0,690R_{bn} - 1,65, \quad \varepsilon_{\text{T}}^V = (1,874R_{bn} + 20,4) \cdot 10^{-5}; \quad (1.3.2)$$

$$R_{\text{T}}^k = 0,0030R_{bn}^2 + 0,888R_{bn} - 1,01, \quad \varepsilon_{\text{T}}^k = (2,250R_{bn} + 52,3) \cdot 10^{-5}. \quad (1.3.3)$$

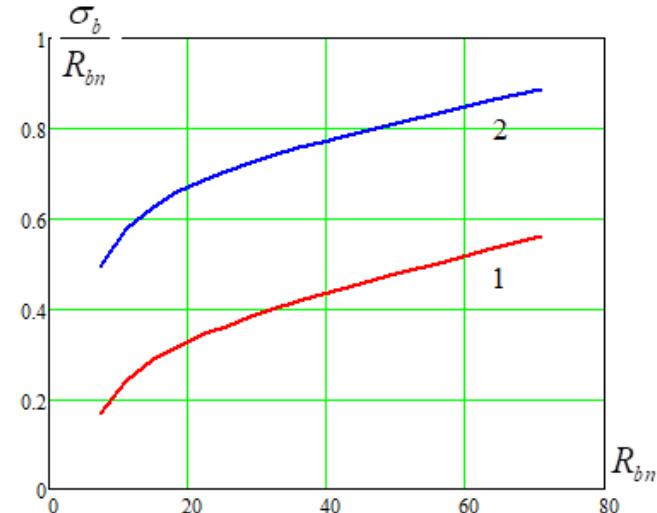


Рис. 1.28. Уровни трещинообразования по [Турукалов]: 1 – нижний предел трещинообразования; 2 – верхний предел трещинообразования

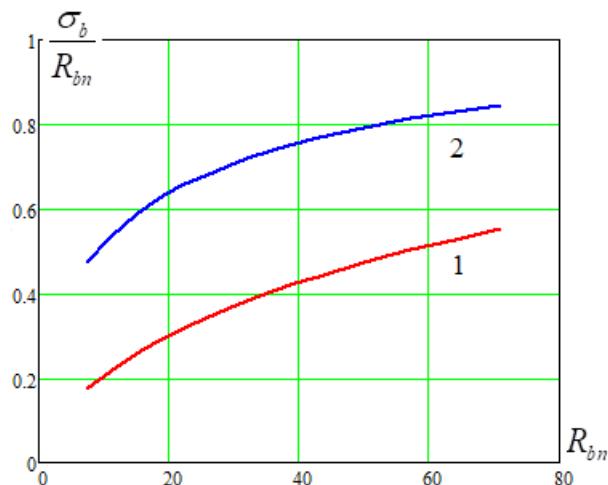


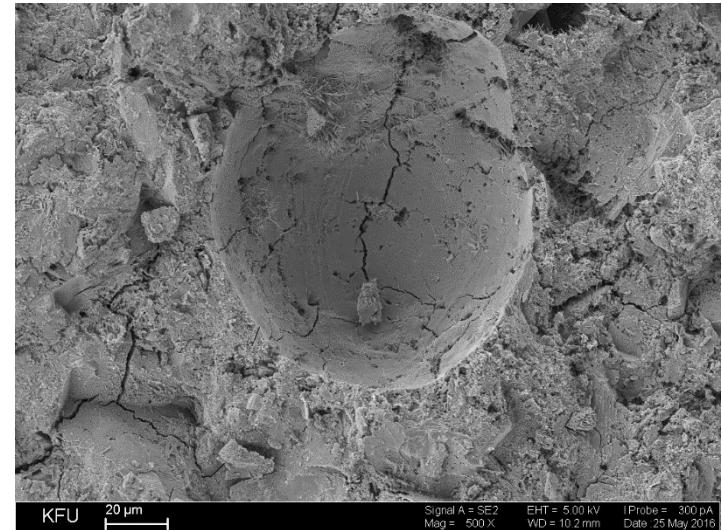
Рис. 1.29. Уровни трещинообразования по [Истомин]: 1 – нижний предел трещинообразования; 2 – верхний предел трещинообразования

$$R_{crc}^0 = \left(1 - e^{-0,052 \cdot R_{bn}^{0,642}}\right) \cdot R_{bn}, \quad (1.4.1)$$

$$R_{crc}^V = 4,652 \cdot R_{bn}^{-0,261} \cdot R_{crc}^0. \quad (1.4.2)$$

ТЕОРИЯ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ

Стадии разрушения бетона



(3)

1 — скрытое накопление микротрещин (микроповреждений);

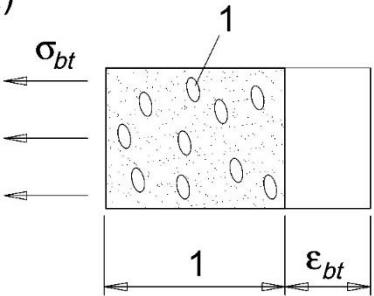
2 — образование и развитие видимых макротрещин с выделением из их множества одной (реже — нескольких) магистральной трещины;

3 — разделение образца на части по траектории магистральной трещины, т. е. полное его разрушение



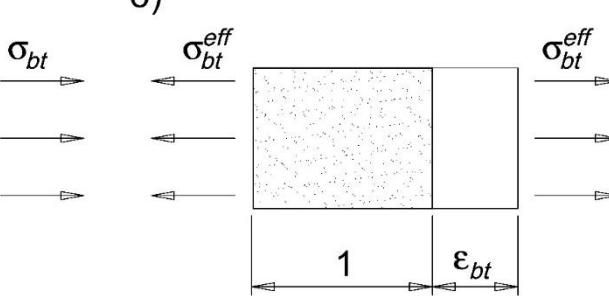
Разработка новой модели 3-го уровня: авторские кривые (диаграммы) деформирования бетона при осевом сжатии и растяжении, полученные на основе теории накоплений повреждений

а)



$$\sigma_{bt} = E_{bt}^{eff} \varepsilon_{bt}$$

б)



$$\sigma_{bt}^{eff} = E_{bt} \varepsilon_{bt}$$

Рис. 1. К принципу эквивалентных деформаций в сочетании с гипотезой эффективных напряжений: а — поврежденное состояние; б — эффективное состояние (с осреднением свойств материала); 1 — скрытые микроповреждения

$$\sigma_{bt} = a_t (1 - b_t D_{bt})^{c_t} E_{bt} \varepsilon_{bt}$$

$$a_t = \frac{2,7 R_{bt}}{E_{bt} \varepsilon_{bt0}} \quad c_t = 50 R_{bt} \frac{\varepsilon_{bt2}}{\varepsilon_{bt0}} - 1 \quad b_t = \frac{1}{50 R_{bt}}$$

$$\sigma_b = a_c (1 - b_c D_b)^{c_c} E_b \varepsilon_b \quad D_b = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b2}}$$

$$a_c = \frac{2,7 R_b}{E_b \varepsilon_{b0}} \quad c_c = 50 R_b \frac{\varepsilon_{b2}}{\varepsilon_{b0}} - 1 \quad b_c = \frac{1}{50 R_b}$$

$$D_S = \frac{S_D}{S} \quad D_S = f(\sigma_{bt}) \quad \sigma_{bt} = (1 - D_S) E_{bt} \varepsilon_{bt}$$

$$\sigma_{bt} = v_{bt} E_{bt} \varepsilon_{bt} \quad v_{bt} = 1 - D_S$$

$$D_{bt} = \frac{\varepsilon_{bt}}{\varepsilon_{bt2}} \quad D_S \neq D_{bt}$$

Допущения для построения диаграмм сжатия:

- при сжатии накопление повреждений происходит от появления и развития трещин в перпендикулярном направлении от растяжения;
- проявление сдвиговых деформаций начнет преобладать после появления видимых макротрещин;
- тогда для описания диаграмм сжатия можно применить ту же модель (нужно лишь изменить направление и знак действующих напряжений).

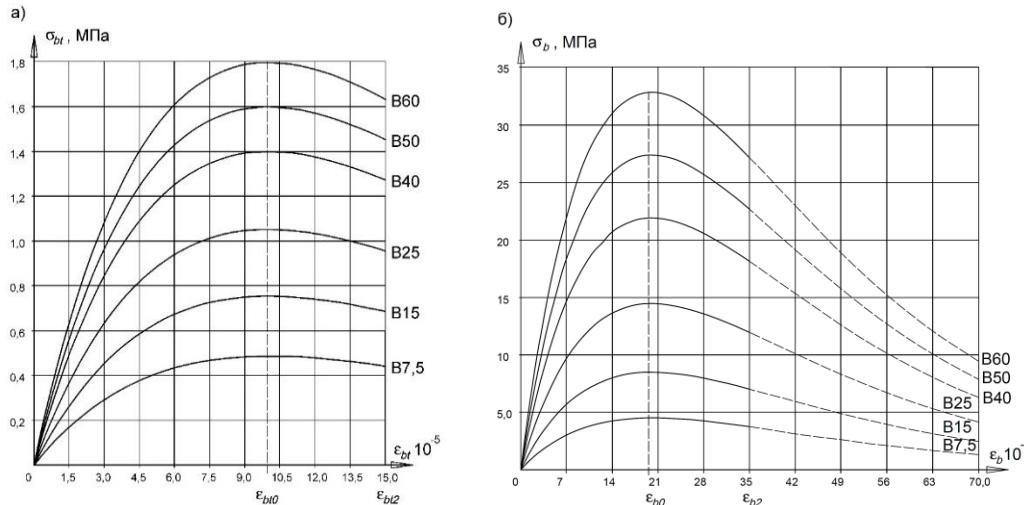


Рис. 1. Диаграммы деформирования бетонов различных классов прочности при одноосном растяжении (a) и сжатии (b), построенные по предложенным формулам

Параметр	Методика	Процент армирования											
		Неарм.	$\mu = 0,63\%$	$\mu = 2,31\%$	$\mu = 3,08\%$	Неарм.	$\mu = 0,63\%$	$\mu = 2,31\%$	$\mu = 3,08\%$	Неарм.	$\mu = 0,63\%$	$\mu = 2,31\%$	$\mu = 3,08\%$
		Класс бетона B10				Класс бетона B25				Класс бетона B45			
M_{crc} , кН · м	1	7,771	9,52	13,547	15,332	14,171	16,306	21,035	23,159	20,571	23,168	28,764	31,289
		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	2	5,549	8,933	14,927	17,439	9,556	15,828	23,148	26,359	12,705	23,339	31,943	35,778
		0,7**	0,938	1,102	1,137	0,661	0,971	1,1	1,138	0,605	1,007	1,111	1,143
	Класс бетона B60				Класс бетона B80				Класс бетона B100				
	1	25,143	28,149	32,377	37,464	30,171	33,603	40,853	44,132	34,743	38,619	46,778	50,47
		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	2	16,099	26,29	34,243	40,532	17,207	28,859	39,862	44,809	17,407	30,322	46,073	51,567
		0,627**	0,934	1,058	1,082	0,559	0,859	0,976	1,015	0,491	0,785	0,985	1,022
M_{ult} , кН · м	Класс бетона B10				Класс бетона B25				Класс бетона B45				
	1	7,771	53,248	—	64,057	14,171	61,221	154,805	154,805	20,571	63,585	199,633	247,064
		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	2	5,549	51,801	—	62,872	9,556	61,663	132,366	138,623	12,705	65,051	201,131	213,076
		0,7**	0,973	—	0,981	0,661	1,007	0,855	0,895	0,605	1,0234	1,008	0,862
	Класс бетона B60				Класс бетона B80				Класс бетона B100				
	1	25,143	65,279	210,058	265,598	30,171	64,859	216,415	276,899	34,743	65,131	220,003	283,278
		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	2	16,099	65,565	213,103	260,542	17,207	66,92	219,743	282,892	17,407	67,451	224,51	290,143
		0,627**	1,004	1,014	0,981	0,559	1,032	1,015	1,022	0,491	1,036	1,02	1,024

Примечания: 1 — СНиП 2.03.01–84*; 2 — по предложенным формулам; * для сравнения принят изгибающий элемент прямоугольного профиля 400×200 мм с различным армированием — 2Ø18, 3Ø28 и 2Ø28 A400; ** в данной строке приведено отношение момента, полученного по сравниваемой методике, к значению по СНиП 2.03.01–84*.

Нормирование законов деформирования бетона при сжатии и растяжении для расчётов по методу предельных состояний

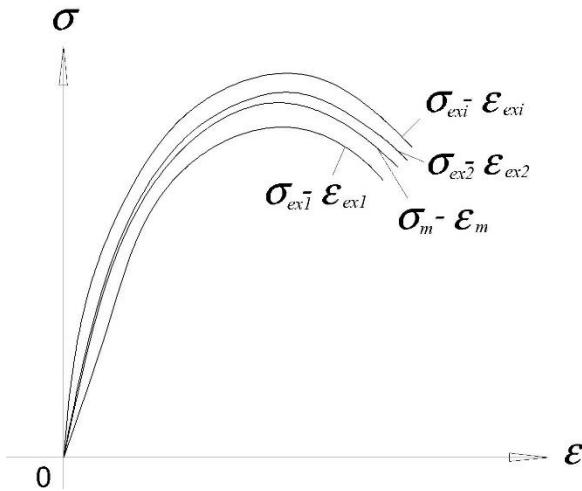


Рис. 1.34. К получению осреднённой диаграммы « σ_m - ε_m »

$$\sigma_n = \sigma_m \gamma_n \quad \varepsilon_n = \varepsilon_m \gamma_n$$

$$\gamma_n = 1 - \chi V_m < 1,0 \quad \chi = \frac{t_{0,95}}{\sqrt{n}}$$

$$V_m = \frac{S_{Rm}}{R_m} \quad V_m = \frac{S_{\varepsilon m}}{\varepsilon_{b0m}}$$

$$\gamma_n = 1 - 1,686 \cdot 0,135 = 0,772$$

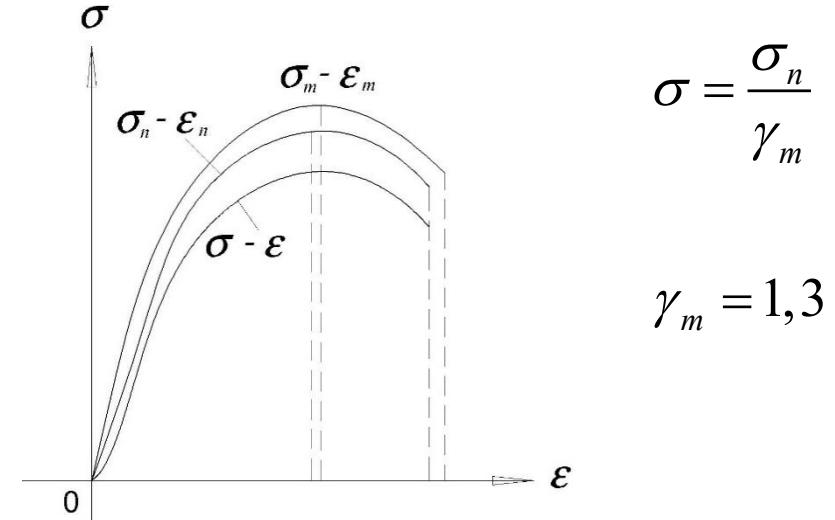
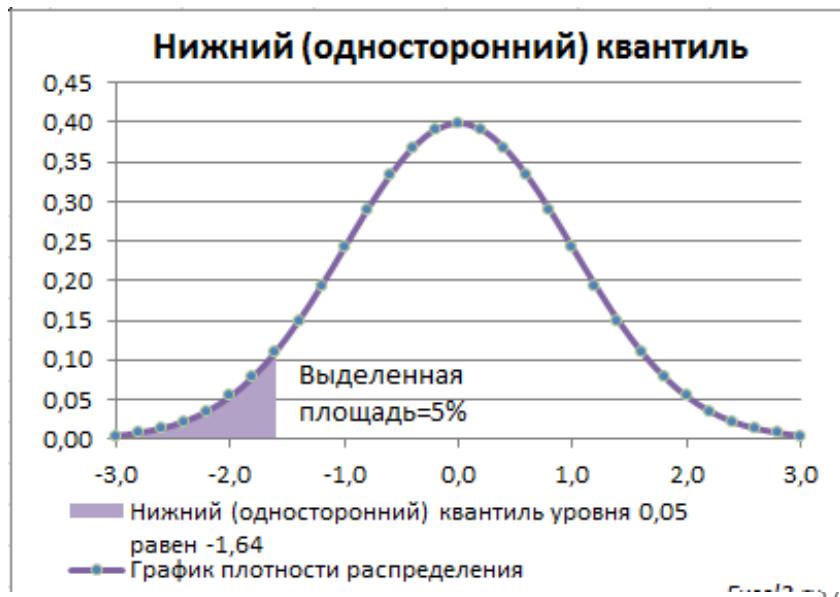
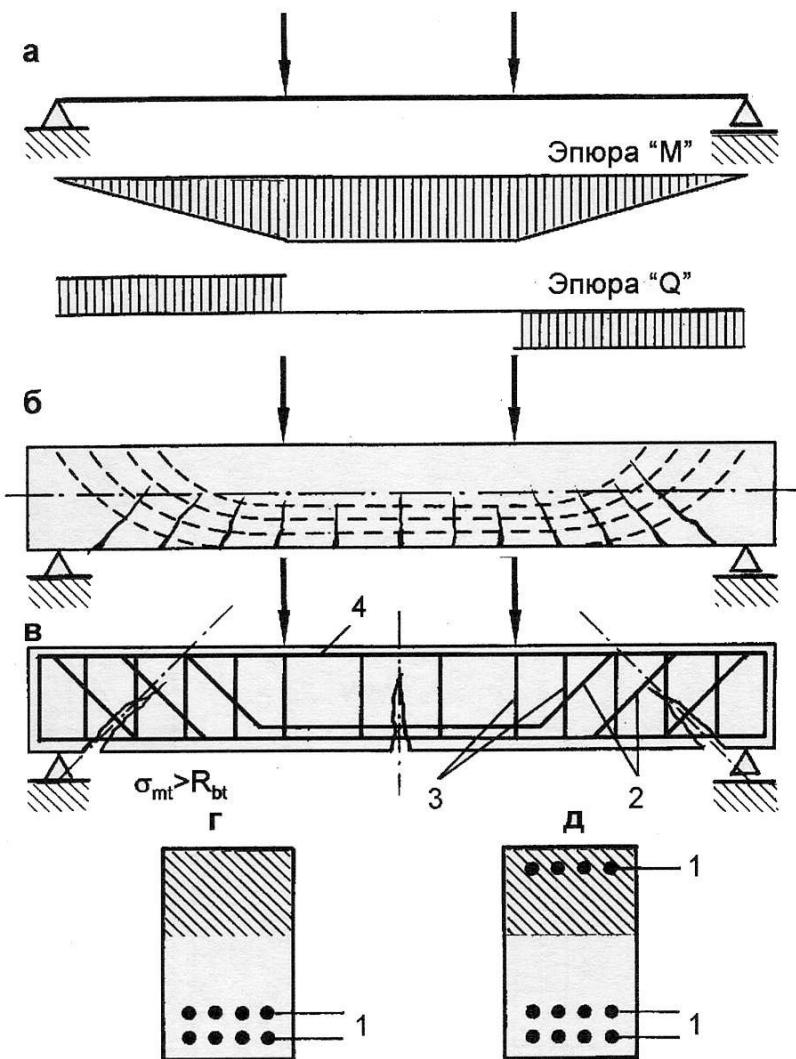


Рис. 1.35. Соотношение осреднённой « σ_m - ε_m », нормативной « σ_n - ε_n » и расчётной « σ - ε » диаграмм





$$M_{crc} = R_{btn} W_{pl} \quad (1)$$

$$W_{pl} = \gamma W_{red} \quad (2)$$

$\gamma=1,75$ - СНиП 2.03.01-84*

$\gamma=1,3$ - СП 63.13330.2012

Возникает вопрос (**цель работы**), чем вызвана такая заметная разница и какая из методик даёт более достоверные результаты?

Методология. К ответу на поставленный выше вопрос подойдём двояко (**задачи**):

- 1 – теоретически: произведём аналитический разбор формул (1) и (2) с использованием общих принципов сопротивления материалов и механики железобетона;
- 2 – практически: выполним сравнение результатов расчёта по двум методикам с известными в научной литературе опытными данными.

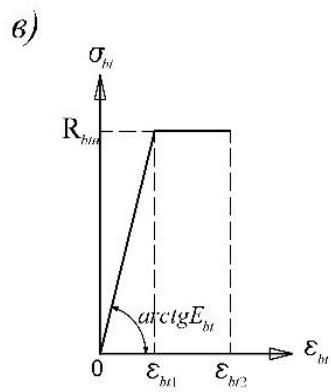
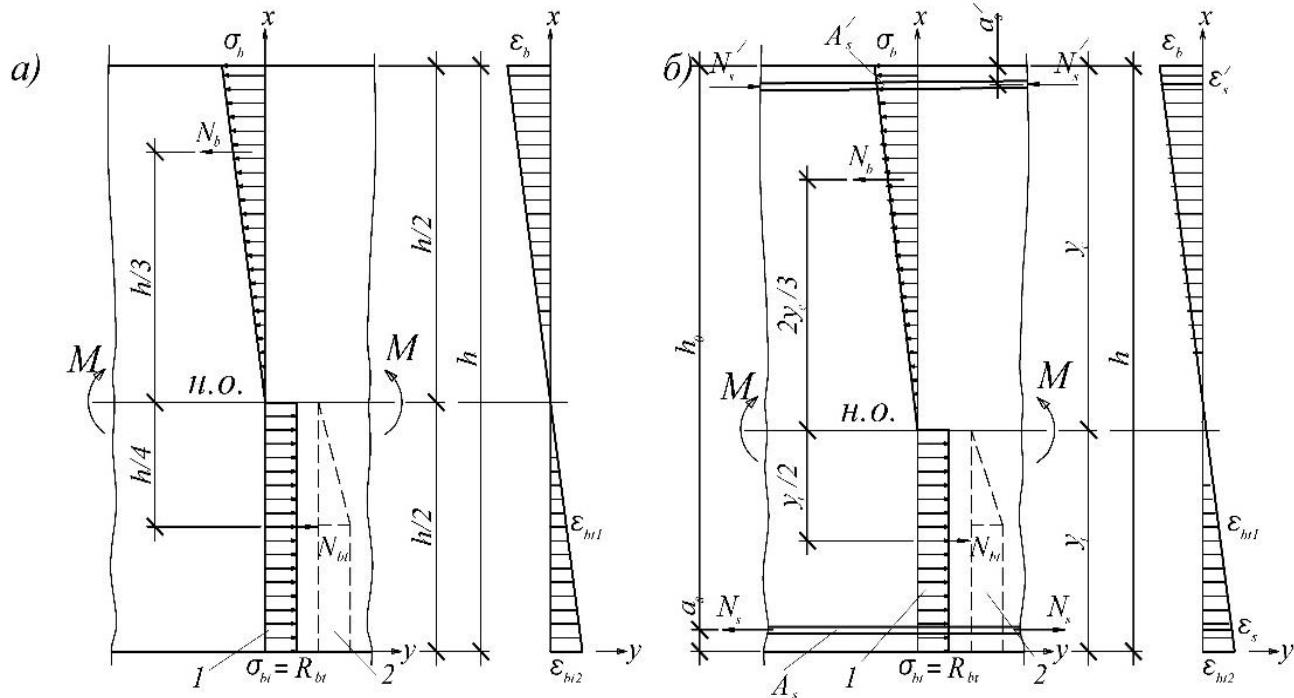


Рис. 1. Схемы усилий, напряжений и деформаций бетонного сечения (а) и железобетонного (б); диаграмма деформирования бетона в растянутой зоне (в): 1 – эпюра нормальных напряжений в растянутой зоне бетона по СНиП 2.03.01-84*; 2 – то же по СП 63.13330.2012

$$M_{crc} - N_{bt} \frac{h}{4} - N_b \frac{h}{3} = 0 \quad (3)$$

- Уравнения равновесия

$$N_{bt} - N_b = 0 \quad (4)$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{bt2} \quad (5)$$

- Условия совместности деформации

$$\sigma_b = E_b \varepsilon_b \quad (6)$$

- Физические соотношения

$$\sigma_{bt} = E_{bt}^{\sec} \varepsilon_{bt2} = R_{btn} \quad (7)$$

$$\sigma_{bt} = E_{bt} \varepsilon_{bt1} = R_{btn} \quad (8)$$

$$M_{crc} = R_{btn} \frac{bh^2}{6} \left(\frac{3}{4} + \frac{k}{2} \right) = R_{btn} W \left(\frac{3}{4} + \frac{k}{2} \right) = R_{btn} W \gamma \quad (8)$$

$$\gamma = \left(\frac{3}{4} + \frac{k}{2} \right) \quad (9)$$

$$k = \frac{\mathcal{E}_{bt2}}{\mathcal{E}_{bt1}} \quad (10)$$

Анализ:

$$k = 2,0 \quad \Rightarrow \quad \gamma = 1,75 \quad \text{— соответствует СНиП 84*}$$

$$\gamma = 1 \quad \text{при} \quad k = 0,5, \quad \text{но} \quad k = 1,0 \quad \Rightarrow \quad \text{противоречие}$$

Сравнительный анализ методик двух - в отличии от «старого» СНиПа в актуализированном СП:

1 – эпюра напряжений в растянутой зоне не прямоугольная, а трапециевидная;

2 – $k = \frac{\varepsilon_{bt2}}{\varepsilon_{bt1}} = \frac{0,00015}{0,00008} = 1,875 < 2$

3 – $E_{bt} \neq E_b \quad E_{bt} = E_{bt,red} = \frac{R_{btn}}{\varepsilon_{bt1,red}} \approx (0,51...0,87)E_b$

$$\gamma = \frac{3}{4} \left(1 - \frac{1}{3k^2} \right) + \frac{k}{2k_E} \quad (11)$$

$$k_E = \frac{E_{bt,red}}{E_b} = \frac{R_{btn}}{\varepsilon_{bt1,red} E_b} = 0,51...0,87 \quad (12)$$

$$M_{crc} = R_{btn} \left\{ b \left(\frac{1}{3} k \frac{y_c^3}{y_t} + \frac{1}{2} y_t^2 \right) + \frac{k}{y_t} \frac{E_s}{E_b} \left[A_s (y_t - a_s)^2 + A'_s (y_c - a'_s)^2 \right] \right\} \quad (13)$$

$$W_{red} = \frac{1}{y_t} \left\{ \left[\frac{bh^3}{12} + bh \left(y_t - \frac{h}{2} \right)^2 \right] + \frac{E_s}{E_b} \left[A_s (y_t - a_s)^2 + A'_s (y_c - a'_s)^2 \right] \right\} \quad (14)$$

$$\gamma = \frac{W_{pl}}{W_{red}} \quad (15)$$

Таблица 1

Результаты расчёта коэффициента γ

Коэффициент армирования $\mu \times 100\%$	Класс бетона В, МПа									
	B15	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55	B60
0,1	1,760 (1,617)	1,759 (1,607)	1,758 (1,599)	1,757 (1,590)	1,757 (1,581)	1,757 (1,575)	1,756 (1,569)	1,756 (1,561)	1,756 (1,555)	1,756 (1,549)
0,5	1,793 (1,738)	1,788 (1,710)	1,785 (1,691)	1,783 (1,672)	1,781 (1,657)	1,780 (1,646)	1,779 (1,636)	1,778 (1,624)	1,778 (1,615)	1,777 (1,606)
1	1,825 (1,857)	1,818 (1,814)	1,813 (1,786)	1,809 (1,759)	1,806 (1,736)	1,804 (1,721)	1,803 (1,708)	1,802 (1,691)	1,801 (1,679)	1,800 (1,668)
3	1,900 (2,133)	1,890 (2,072)	1,884 (2,029)	1,878 (1,987)	1,874 (1,951)	1,871 (1,927)	1,869 (1,905)	1,867 (1,879)	1,865 (1,859)	1,864 (1,842)
5	1,936 (2,258)	1,927 (2,201)	1,921 (2,157)	1,915 (2,112)	1,911 (2,073)	1,908 (2,045)	1,906 (2,020)	1,904 (1,990)	1,902 (1,967)	1,901 (1,947)
10	1,971 (2,353)	1,965 (2,324)	1,962 (2,291)	1,958 (2,253)	1,955 (2,215)	1,952 (2,189)	1,951 (2,163)	1,949 (2,130)	1,948 (2,105)	1,947 (2,082)

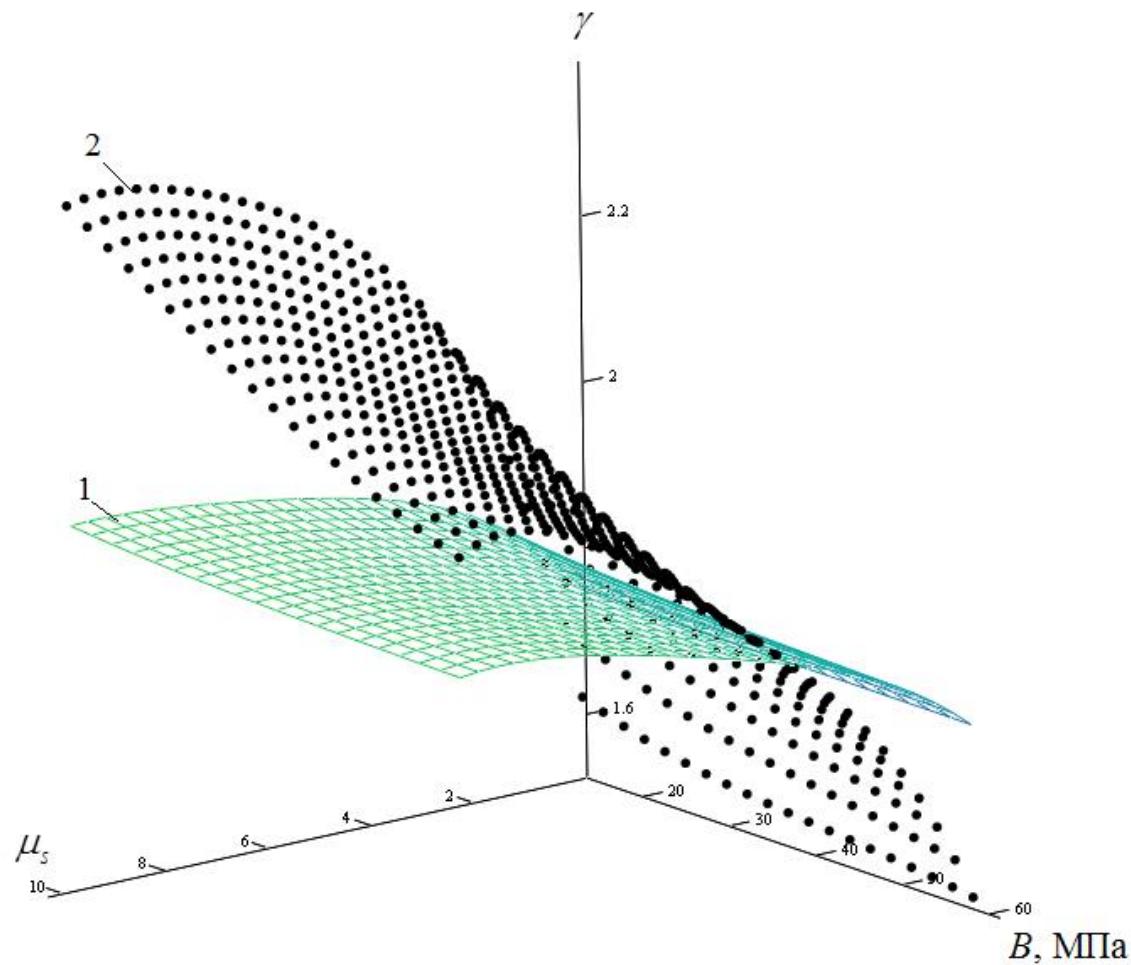


Рис. 2. Результаты расчёта коэффициента упруго-пластичности γ :
1 – по формуле (15); 2 – по нелинейной деформационной модели

Анализ результатов:

- для рассмотренных железобетонных элементов коэффициент пластических деформаций получился больше, чем для бетонных – до 12,6% ($\gamma > 1,75$)
- такой не учёт влияния арматуры на пластические деформации растянутого бетона в Нормах занижает значение момента трещинообразования и, как следствие, в некоторых случаях должен приводить к заметному перерасходу материалов;
- с увеличением класса бетона по прочности коэффициент γ уменьшается, но незначительно, оставаясь практически постоянным, поэтому за расчётное значение этого коэффициента можно принять величину, соответствующую максимальному нормируемому классу бетона (для рассмотренных элементов – В60);
- с увеличением процента армирования от 0,1% до 10% коэффициент γ увеличивается до 12,0%;
- диаграммная методика отличается по γ от предложенных формул на +19,4...-12,3%, что зависит от класса бетона и коэффициента армирования;
- несмотря на заметное различие в значениях γ в обоих подходах неизменно сохраняется общая для них тенденция: с увеличением класса бетона γ несколько понижается, а с увеличением процента армирования – γ растёт, причём существенно.⁷

$$\gamma = \begin{cases} 1,6 + \frac{1}{100\sqrt{\mu_s}}, & \text{если } \mu_s \geq 0,003 \\ 1,6, & \text{если } \mu_s < 0,003 \end{cases} \quad (16)$$

$$\gamma = 1,75 \quad \text{только при} \quad \mu_s = 0,00444$$

Таблица 2

Сравнение теоретических и экспериментальных данных M_{crc} , кН·м

Источник	Шифр балки и сечение	Бетон	Арматура	Схема армирования	M_{crc}^{ex} , кН·м	M_{crc}^{th} , кН·м		
						$\gamma = 1,3$	$\gamma = 1,75$	γ по ф. (21)
Пиратов К.А. [7]	1БН-9в 100×75мм	B25, $R_{bt,ex}=2,12$ МПа, $E_b=26500$ МПа	A-III (A400), $E_s=200000$ МПа	1Ø8, $a_s=25$ мм, $\mu_s = 0,0067$	0,27 ($\gamma^{ex} = 0,959$)	0,366	0,492	0,484 ($\gamma = 1,722$)
	2БН-3в 100×75мм			2Ø8, $a_s=25$ мм, $\mu_s = 0,0134$	0,27 ($\gamma^{ex} = 0,909$)	0,386	0,520	0,501 ($\gamma = 1,686$)
	3БН-5в 100×75мм			2Ø10, $a_s=25$ мм, $\mu_s = 0,0209$	0,54 ($\gamma^{ex} = 1,721$)	0,408	0,549	0,523 ($\gamma = 1,669$)
Батанин С.С. [8]	БО-I-3а 200×102мм	B45, $R_{bt,ex}=2,50$ МПа, $E_b=34200$ МПа	A-III (A400), $E_s=208000$ МПа	2Ø25, $a_s=38$ мм, $\mu_s = 0,0481$	2,162 ($\gamma^{ex} = 0,867$)	3,242	4,364	4,103 ($\gamma = 1,652$)
	БО-I-3б 201×100мм			2Ø25, $a_s=34$ мм, $\mu_s = 0,0491$	3,192 ($\gamma^{ex} = 1,237$)	3,355	4,517	4,103 ($\gamma = 1,645$)
	БС-I-5а 202×103мм		A-III (A400), $E_s=201000$ МПа	2Ø12+2Ø12, $a_s=18$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s = 0,0109$	3,026 ($\gamma^{ex} = 1,402$)	2,805	3,776	3,659 ($\gamma = 1,696$)
	БС-I-5б 201×125мм			2Ø12+2Ø12, $a_s=22$ мм, $a'_s=24$ мм, $\mu_s = 0,0109$	3,585 ($\gamma^{ex} = 1,432$)	3,255	4,382	4,271 ($\gamma = 1,705$)
	БО-II-2а 201×101мм	B55, $R_{bt,ex}=2,51$ МПа, $E_b=37500$ МПа	A-III (A400), $E_s=203000$ МПа	4Ø14, $a_s=47$ мм, $\mu_s = 0,0306$	2,203 ($\gamma^{ex} = 1,066$)	2,687	3,617	3,426 ($\gamma = 1,657$)
	БО-II-2б 201×101мм			4Ø14, $a_s=42$ мм, $\mu_s = 0,0306$	2,407 ($\gamma^{ex} = 1,132$)	2,764	3,721	3,524 ($\gamma = 1,657$)
	БО-II-4а 202×100мм		A-III (A400), $E_s=203000$ МПа	1Ø28, $a_s=32$ мм, $\mu_s = 0,0308$	2,367 ($\gamma^{ex} = 1,045$)	2,944	3,963	3,753 ($\gamma = 1,657$)
	БО-II-4б 201×99мм			1Ø28, $a_s=40$ мм, $\mu_s = 0,0308$	2,040 ($\gamma^{ex} = 0,961$)	2,757	3,705	3,508 ($\gamma = 1,657$)
	БО-II-5а 200×102мм		A-III (A400), $E_s=201000$ МПа	6Ø12, $a_s=37$ мм, $\mu_s = 0,0333$	2,530 ($\gamma^{ex} = 1,136$)	2,895	3,897	3,685 ($\gamma = 1,655$)
	БО-II-5б			6Ø12, $a_s=43$ мм,	2,079	2,890	3,890	3,680

Источник	Шифр балки и сечение	Бетон	Арматура	Схема армирования	$M_{cre}^{ex}, \text{кН}\cdot\text{м}$	$M_{cre}^{th}, \text{кН}\cdot\text{м}$		
						$\gamma = 1,3$	$\gamma = 1,75$	γ по [1] (21)
	202×104мм				$\mu_s = 0,0333$ ($\gamma^{ex} = 0,935$)			($\gamma = 1,656$)
	БО-III-1а 205×105мм	B90, $R_{b,cor}=2,78$ МПа, $E_a=40700$ МПа	A-III (A400), $E_a=201000$ МПа	1Ø12, $a_s=29$ мм, $\mu_s = 0,0055$	2,383 ($\gamma^{ex} = 1,101$)	2,813	3,786	3,760 ($\gamma = 1,738$)
	БО-III-16 200×100мм			1Ø12, $a_s=24$ мм, $\mu_s = 0,0055$	2,360 ($\gamma^{ex} = 1,191$)	2,576	3,468	3,434 ($\gamma = 1,733$)
Данные [5]	Б-1 204×120мм	B22,5, $R_{b,cor}=1,5$ МПа, $E_a=28500$ МПа	A-III (A400), $E_a=205000$ МПа	2Ø8, $a_s=25$ мм, $\mu_s = 0,0041$	2,735 ($\gamma^{ex} = 2,043$)	1,740	2,343	2,351 ($\gamma = 1,756$)
	Б-2 202×118мм			2Ø8+2Ø8, $a_s=25$ мм, $a'_s=25$ мм, $\mu_s = 0,0047$	2,169 ($\gamma^{ex} = 1,637$)	1,726	2,324	2,329 ($\gamma = 1,749$)
	Б-3 202×120мм			2Ø12+2Ø8, $a_s=25$ мм, $a'_s=25$ мм, $\mu_s = 0,0113$	2,574 ($\gamma^{ex} = 1,762$)	1,899	2,556	2,488 ($\gamma = 1,704$)
Результаты [6, 10]	Б-31-1А 273×151мм	B32,5, $R_{b,cor}=1,807$ МПа, $E_a=24700$ МПа	A-IV (A600), $E_a=212000$ МПа	2Ø12+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s = 0,0052$	8,5 (7,72)* ($\gamma^{ex} = 2,007$)	5,0	6,731	6,674 ($\gamma = 1,735$)
	Б-31-1Б 275×148мм	B32,5, $R_{b,cor}=1,807$ МПа, $E_a=24700$ МПа	A-IV (A600), $E_a=195000$ МПа	2Ø12+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s = 0,0052$	8,5 (7,64)* ($\gamma^{ex} = 2,012$)	4,935	6,643	6,583 ($\gamma = 1,734$)
	Б-31-2А 275×150мм	B32,5, $R_{b,cor}=1,938$ МПа, $E_a=24200$ МПа	A-IV (A600), $E_a=194000$ МПа	2Ø12+2Ø6, $a_s=20$ мм, $a'_s=20$ мм, $\mu_s = 0,0052$	8,5 (7,8)* ($\gamma^{ex} = 1,882$)	5,387	7,252	7,19 ($\gamma = 1,735$)
	Б-31-2Б 281×148мм	B32,5, $R_{b,cor}=1,938$ МПа, $E_a=24200$ МПа	A-IV (A600), $E_a=208000$ МПа	2Ø12+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s = 0,0061$	8,5 (7,63)* ($\gamma^{ex} = 1,779$)	5,574	7,503	7,442 ($\gamma = 1,736$)
	Б-31-3А 281×150мм	B32,5, $R_{b,cor}=2,014$ МПа, $E_a=24500$ МПа	A-IV (A600), $E_a=191000$ МПа	2Ø12+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s = 0,0051$	8,5 (7,6)* ($\gamma^{ex} = 1,704$)	5,797	7,804	7,744 ($\gamma = 1,737$)
	Б-31-3Б 275×150мм	B32,5, $R_{b,cor}=2,014$ МПа, $E_a=24500$ МПа	A-IV (A600), $E_a=192000$ МПа	2Ø12+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s = 0,0053$	8,5 (7,68)* ($\gamma^{ex} = 1,817$)	5,496	7,398	7,335 ($\gamma = 1,785$)
	Б-32-1А 273×150мм	B35, $R_{b,cor}=2,115$ МПа, $E_a=30800$ МПа	A-IV (A600), $E_a=205000$ МПа	2Ø18+2Ø6, $a_s=20$ мм, $a'_s=20$ мм, $\mu_s = 0,0134$	9,25 (7,85)* ($\gamma^{ex} = 1,578$)	6,468	8,707	8,407 ($\gamma = 1,690$)
	Б-32-1Б 275×149мм	B35, $R_{b,cor}=2,115$ МПа, $E_a=30800$ МПа	A-IV (A600), $E_a=198000$ МПа	2Ø18+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s = 0,0134$	9,25 (7,8)* ($\gamma^{ex} = 1,615$)	6,280	8,454	8,140 ($\gamma = 1,685$)
	Б-32-2А 276×150мм	B35, $R_{b,cor}=2,24$ МПа, $E_a=30800$ МПа	A-IV (A600), $E_a=215000$ МПа	2Ø18+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s = 0,0132$	9,25 (8)* ($\gamma^{ex} = 1,521$)	6,836	9,202	8,863 ($\gamma = 1,686$)
	Б-32-2Б 277×148мм	B35, $R_{b,cor}=2,24$ МПа, $E_a=30800$ МПа	A-IV (A600), $E_a=206000$ МПа	2Ø18+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s = 0,0134$	9,25 (8,12)* ($\gamma^{ex} = 1,563$)	6,754	9,093	8,756 ($\gamma = 1,685$)

Источник	Шифр балки и сечение	Бетон	Арматура	Схема армирования	$M_{cyc}^{ex}, \text{кН}\cdot\text{м}$	$M_{cyc}^{th}, \text{кН}\cdot\text{м}$		
						$\gamma = 1,3$	$\gamma = 1,75$	γ по § (21)
Б-32-3А 280×150ММ	B35, $R_{b,0,0}=2,23$ МПа, $E_b=32000$ МПа	A-IV (A600), $E_a=203000$ МПа	2Ø18+2Ø6, $a_s=20$ мм, $a'_s=20$ мм, $\mu_s=0,0129$	9,25 (8,39)* ($\gamma^{ex}=1,541$)	7,08	9,531	9,183 ($\gamma=1,686$)	
Б-32-3Б 283×148ММ	B35, $R_{b,0,0}=2,23$ МПа, $E_b=32000$ МПа	A-IV (A600), $E_a=199000$ МПа	2Ø18+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s=0,0129$	9,25 (7,8)* ($\gamma^{ex}=1,466$)	6,916	9,310	8,97 ($\gamma=1,686$)	
Б-81-1А 284×153ММ	B100, $R_{b,0,0}=3,762$ МПа, $E_b=38200$ МПа	A-IV (A600), $E_a=194000$ МПа	3Ø12+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s=0,0075$	13,75 (10,26)* ($\gamma^{ex}=1,192$)	11,189	15,062	14,673 ($\gamma=1,705$)	
Б-81-1Б 285×150ММ	B100, $R_{b,0,0}=3,762$ МПа, $E_b=38200$ МПа	A-IV (A600), $E_a=207000$ МПа	3Ø12+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s=0,0076$	13 (10,26)* ($\gamma^{ex}=1,197$)	11,143	15	14,605 ($\gamma=1,704$)	
Б-81-2А 283×152ММ	B100, $R_{b,0,0}=3,868$ МПа, $E_b=41000$ МПа	A-IV (A600), $E_a=197000$ МПа	3Ø12+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s=0,0075$	13 (9,52)* ($\gamma^{ex}=1,096$)	11,294	15,203	14,805 ($\gamma=1,704$)	
Б-81-2Б 287×151ММ	B100, $R_{b,0,0}=3,868$ МПа, $E_b=41000$ МПа	A-IV (A600), $E_a=196000$ МПа	3Ø12+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s=0,0076$	13,75 (9,52)* ($\gamma^{ex}=1,073$)	11,532	15,524	15,122 ($\gamma=1,705$)	
Б-81-3А 284×154ММ	B100, $R_{b,0,0}=3,811$ МПа, $E_b=42700$ МПа	A-IV (A600), $E_a=207000$ МПа	3Ø12+2Ø6, $a_s=20$ мм, $a'_s=20$ мм, $\mu_s=0,0075$	15,25 (9,86)* ($\gamma^{ex}=1,112$)	11,529	15,519	15,121 ($\gamma=1,705$)	
Б-81-3Б 283×151ММ	B100, $R_{b,0,0}=3,811$ МПа, $E_b=42700$ МПа	A-IV (A600), $E_a=196000$ МПа	3Ø12+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s=0,0077$	13,75 (9,86)* ($\gamma^{ex}=1,164$)	11,013	14,825	14,435 ($\gamma=1,704$)	
Б-82-1А 276×151ММ	B100, $R_{b,0,0}=3,771$ МПа, $E_b=39200$ МПа	A-IV (A600), $E_a=199000$ МПа	(2Ø18+ +2Ø12)+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s=0,0176$	13,75 (12,6)* ($\gamma^{ex}=1,407$)	11,644	15,674	14,980 ($\gamma=1,673$)	
Б-82-1Б 280×140ММ	B100, $R_{b,0,0}=3,771$ МПа, $E_b=39200$ МПа	A-IV (A600), $E_a=197000$ МПа	(2Ø18+ +2Ø12)+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s=0,0175$	13,75 (12,6)* ($\gamma^{ex}=1,457$)	11,238	15,128	14,439 ($\gamma=1,670$)	
Б-82-2А 279×150ММ	B100, $R_{b,0,0}=3,837$ МПа, $E_b=36800$ МПа	A-IV (A600), $E_a=208000$ МПа	(2Ø18+ +2Ø12)+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s=0,0176$	13 (12,2)* ($\gamma^{ex}=1,291$)	12,289	16,543	15,812 ($\gamma=1,673$)	
Б-82-2Б 278×152ММ	B100, $R_{b,0,0}=3,874$ МПа, $E_b=36800$ МПа	A-IV (A600), $E_a=197000$ МПа	(2Ø18+ +2Ø12)+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s=0,0175$	13 (11)* ($\gamma^{ex}=1,162$)	12,306	16,565	15,837 ($\gamma=1,673$)	
Б-82-3А 279×152ММ	B100, $R_{b,0,0}=3,774$ МПа, $E_b=196000$ МПа	A-IV (A600), $E_a=35800$ МПа	(2Ø18+ +2Ø12)+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_s=0,0174$	13,75 (12,2)* ($\gamma^{ex}=1,307$)	12,136	16,337	15,620 ($\gamma=1,673$)	

Источник	Шифр балки и сечение	Бетон	Арматура	Схема армирования	M_{crc}^{ex} , кН·м	M_{crc}^{th} , кН·м		
						$\gamma = 1,3$	$\gamma = 1,75$	γ по Ф. (21)
Б-82-3Б 275×148ММ	B100, $R_{b,ex}=3,774$ МПа, $E_b=35800$ МПа	A-IV (A600), $E_a=190000$ МПа	(2Ø18+ +2Ø12)+2Ø6, $a_s=30$ мм, $a'_s=30$ мм, $\mu_z=0,0182$	13,75 (12,4)* ($\gamma^{ex} = 1,394$)	11,559	15,561	14,864 ($\gamma = 1,672$)	
Уманский А.М [11]	HcM-1 100×100	B40, $R_{b,ex}=2,36$ МПа, $E_b=33152$ МПа	A-III (A400), $E_a=213000$ МПа	2Ø8, $a_s=20$ мм, $\mu_z = 0,01$	0,658 ($\gamma^{ex} = 1,514$)	0,565	0,761	0,739 ($\gamma = 1,7$)
Л.А.Д21 Щарабутдинов S. [21]	Б-2 220×120	B25, $R_{b,ex}=2,074$ МПа, $E_b=30000$ МПа	A400, $E_a=200000$ МПа	2Ø10, $a_s=30$ мм, $\mu_z = 0,06$	«» (3,380)* ($\gamma^{ex} = 1,543$)	2,847	3,932	3,778 ($\gamma = 1,73$)
Арчагапов П.31 Archagapov P.31	NWC 150×150	B25, $R_{b,ex}=2,187$ МПа, $E_b=30000$ МПа	A400, $E_a=200000$ МПа	2Ø12, $a_s=16$ мм, $\mu_z = 0,01$	«» (2,500)* ($\gamma^{ex} = 1,543$)	1,846	2,547	2,475 ($\gamma = 1,7$)

Примечания:

1 – * – Вне скобок даны значения моментов трещинообразования, установленных визуально; в скобках – значения моментов, определенных по перелому графика зависимости момента от кривизны.

2 – Серым цветом закрашены ячейки таблицы, в которых приведены значения теоретических моментов, наилучшим образом соответствующие эксперименту.

3 – γ^{ex} коэффициент пластичности, полученный сравнением экспериментального значения момента трещинообразования с упругим расчётом по формуле $\gamma^{ex} = \frac{M_{crc}^{ex}}{M_{crc}^{th,e}}$

4 - В некоторых строках не закрашена ни одна ячейка, т.к. $\gamma^{ex} < 1$, поэтому данные эксперимента в строке не могут быть использованы для сравнения

ВЫВОДЫ:

- 1 – в целом близкие к эксперименту показали результаты расчёта по предложенной формуле (15), за исключением случаев с высокопрочным бетоном, где может быть применён подход СП 63.13330.2012;
- 2 – такое существенное влияние прочности бетона на результат противоречит ранее полученным теоретическим выводам (см. анализ таблицы 1) и должно быть учтено в формуле для γ после дополнительного более обстоятельного и масштабного изучения экспериментальных данных (поэтому область применения формулы (15) ограничена пока обычными бетонами В15-В35);
- 3 – таким образом, для бетонов классов В35-В100 на данном этапе исследований можно рекомендовать подход СП 63.13330.2012;
- 4 – подход СНиП 2.03.01-84* является частным случаем предложенной формулы (15) и не учитывает влияние не только прочности бетона, но и наличие арматуры в сечении, поэтому при сравнении с экспериментом даёт погрешность от +64% до – 17%;
- 5 – экспериментально установлена роль арматуры при определении γ , которая опровергает ранее выявленную теоретически закономерность (см. анализ результатов табл. 1): с увеличением процента армирования от 0,4% до 3,1% коэффициент не растёт, а падает, причём значительно – в 1,9 раза. Это обстоятельство требует проведения дополнительных исследований.

$$a_{crc} = \Phi_1 \Phi_2 \Phi_3 \frac{\sigma_s}{E_s^{\sec}} \Psi_s l_s \quad (1)$$

В отличие от СП в формуле (1): ¶

— σ_s — напряжения в продольной растянутой арматуре в сечении с трещиной — определяются с учётом работы растянутого бетона над трещиной, а также совместного влияния нелинейных свойств бетона и арматуры; ¶

— вместо модуля упругости арматуры E_s принят секущий модуль деформаций E_s^{sec}, зависящий от текущих деформаций; ¶

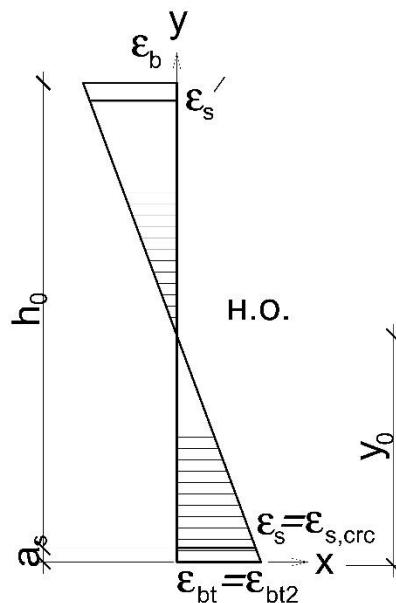
— при вычислении l_s — базового расстояния между трещинами — высота растянутой зоны бетона рассчитывается с учётом его неупругих свойств; ¶

— для Ψ_s — коэффициента, учитывающего неравномерное распределение относительных деформаций растянутой арматуры между трещинами, в выражении (8.161) СП: ¶

$$\psi_s = 1 - \frac{1}{1 + 0,8 \frac{\varepsilon_{s,crc}}{\varepsilon_s}} \quad (2)$$

вместо ε_s — «усреднённых» относительных деформаций растянутой арматуры, пересекающей трещины, в рассматриваемой стадии расчёта» — приняты относительные деформации арматуры в сечении с трещиной (т.е. без их осреднения вдоль пролёта изгибающего элемента), ¶

деформации арматуры $\varepsilon_{s,crc}$ определяются не после, а непосредственно до появления нормальных трещин. Их предлагается получать геометрически из подобия треугольников по эпюре, показанной на рис. 1. ¶



$$\varepsilon_{s,crc} = \frac{\varepsilon_{bt2} (y_0 - a_s)}{y_0} \quad (3)$$

Рис. 1. К определению относительных деформаций арматуры в сечении с трещиной в момент перед образованием нормальных трещин (в стадии Ia)

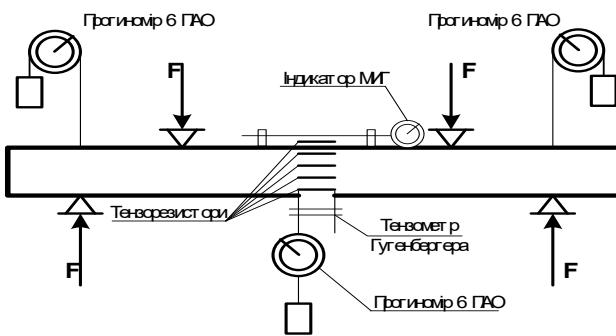
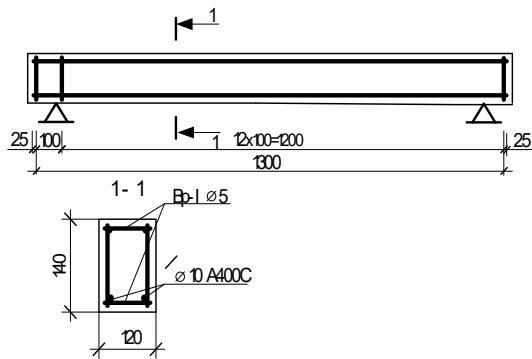


Рис. 2. Схемы армирования и нагружения экспериментальных балок [Бабич Е.М., Довбенко В.С., 2009]

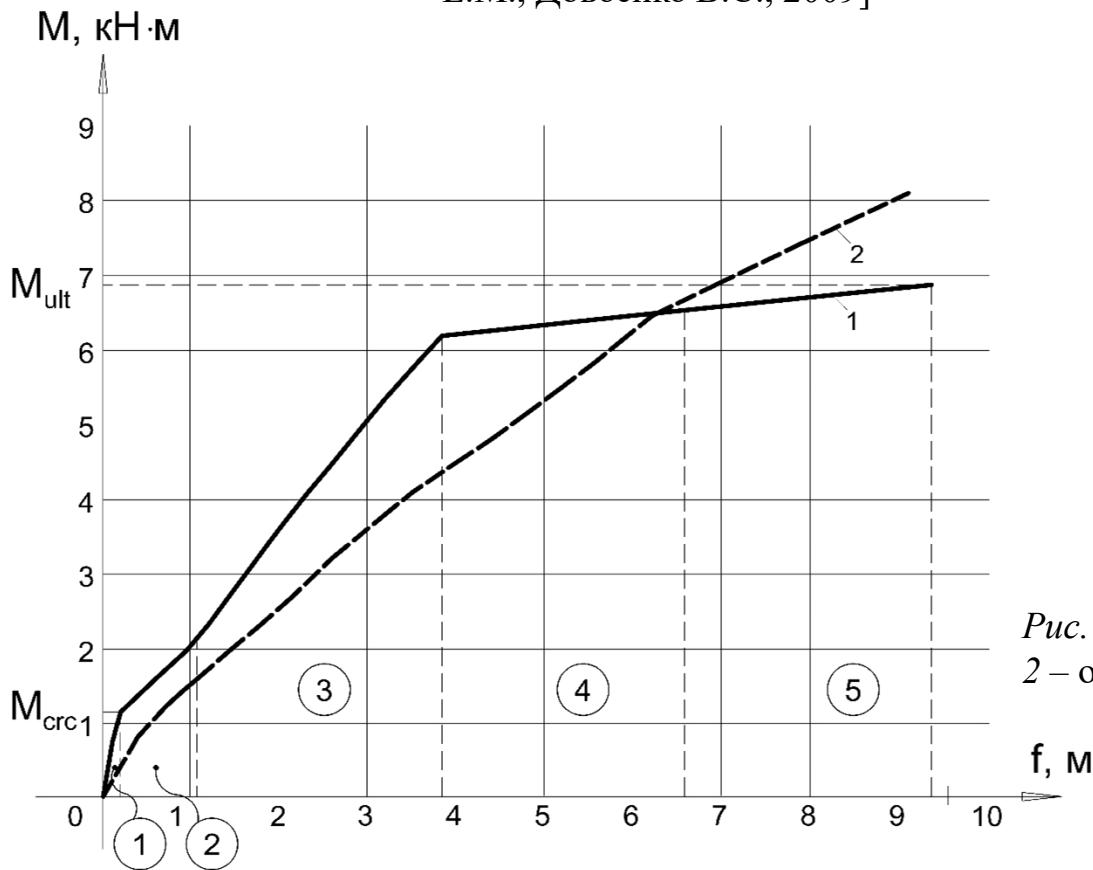


Рис. 3. График зависимости « $M-f$ »: 1 – расчёт, 2 – опытные результаты [6]

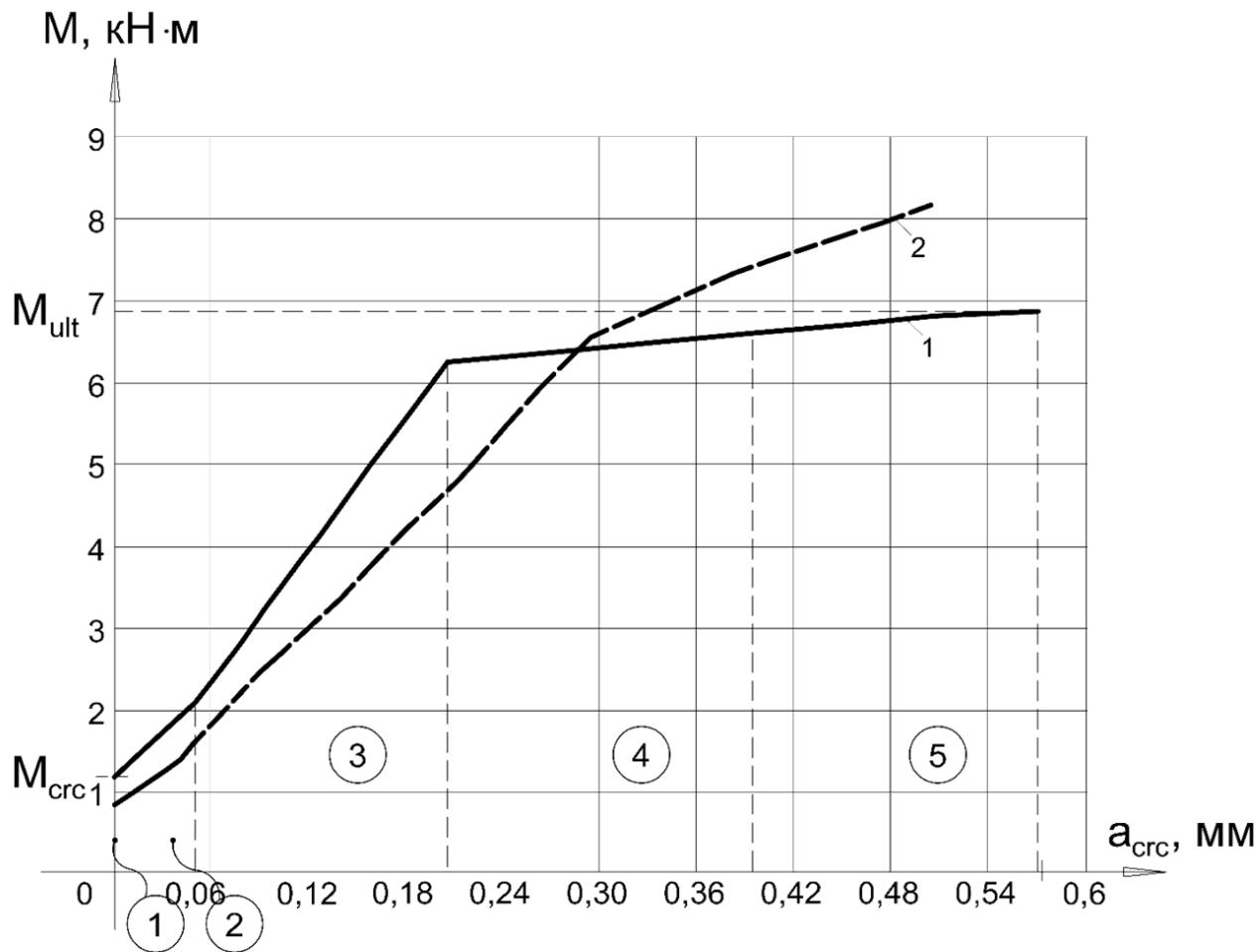


Рис. 4. График зависимости « $M-a_{crc}$ »: 1 – расчёт, 2 – опытные результаты [6]

Напряжения и относительные деформации в сжатом бетоне (в крайнем волокне) и растянутой арматуре на каждой стадии

Стадия	Момент, кН·м	$-\varepsilon_b \cdot 10^{-4}$	$-\sigma_b, \text{ МПа}$	$\varepsilon_s \cdot 10^{-4}$	$\sigma_s, \text{ МПа}$
1	0...1,136	0...1,019	0...2,529	0...0,6695	0...13,391
2	2,06	3,07	6,503	5,127	102,54
3	6,18	11,99	14,032	18,44	368,81
4	6,383	12,99	14,206	19,59	391,867
5	6,586	22,91	14,317	25	400

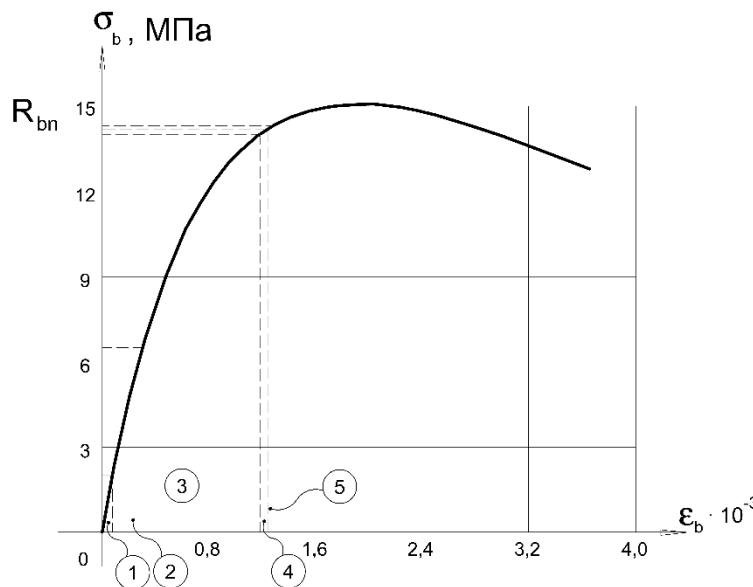


Рис. 5. Стадии работы железобетонной балки на диаграмме деформирования сжатого волокна у верхней грани

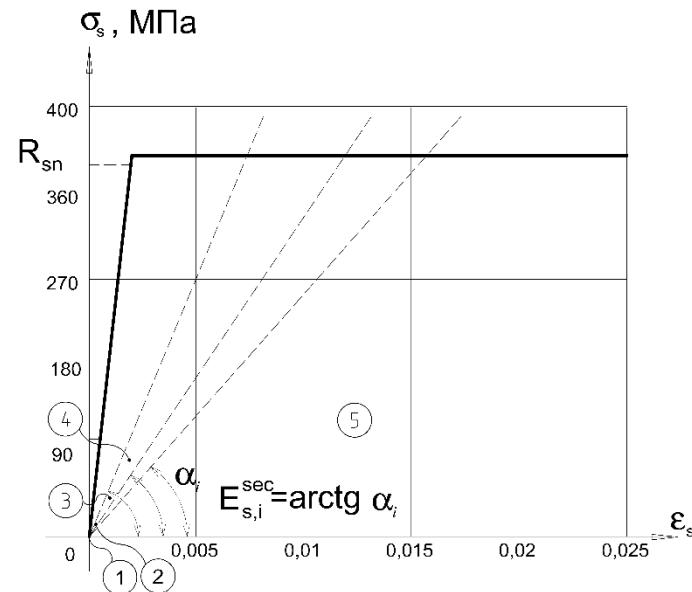


Рис. 6. Стадии работы железобетонной балки на диаграмме деформирования растянутой арматуры

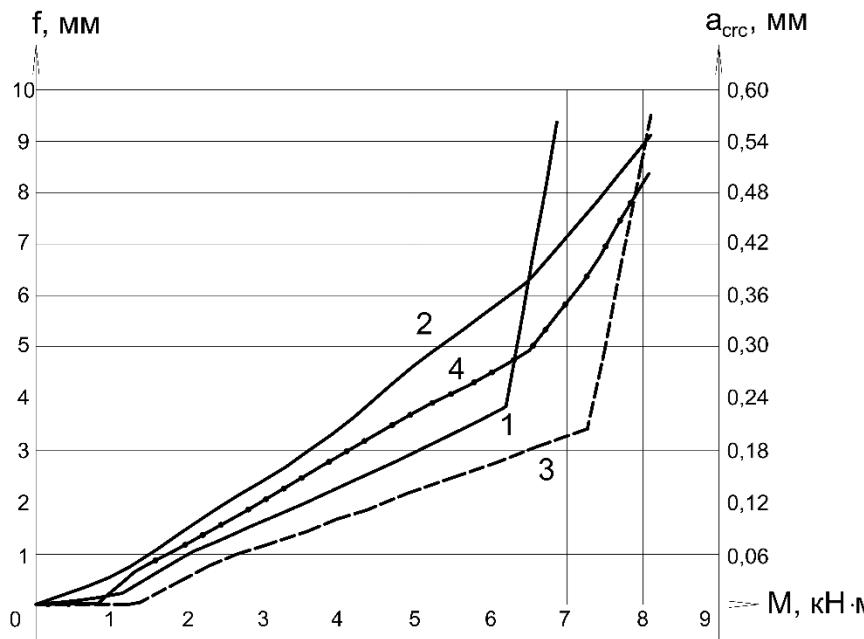


Рис. 7. Графики зависимости « f - M » и « a_{crc} - M » (линии 1 и 2), построенные в одной координационной плоскости (линии 3,4) 1,3 – расчёт, 2,4 – опытные результаты [6]

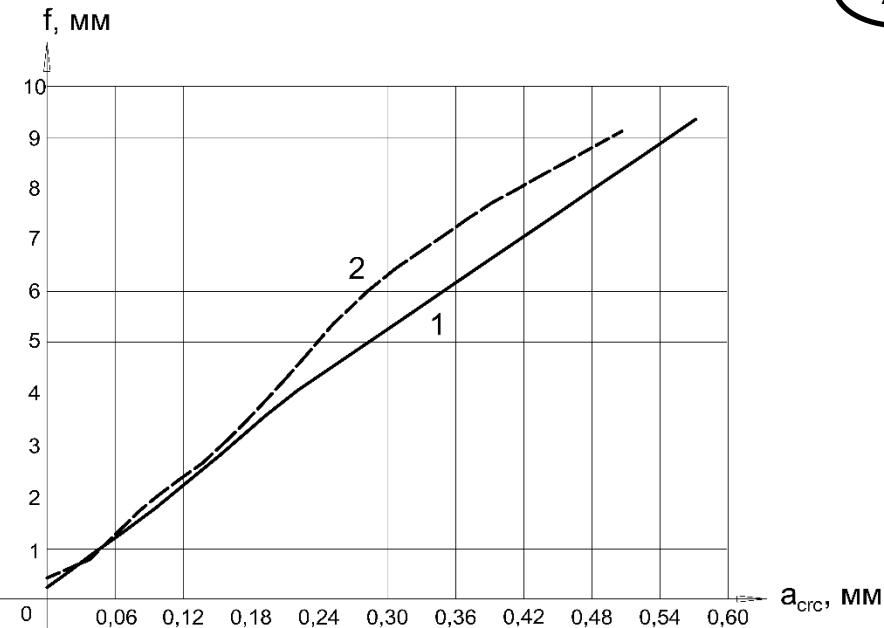
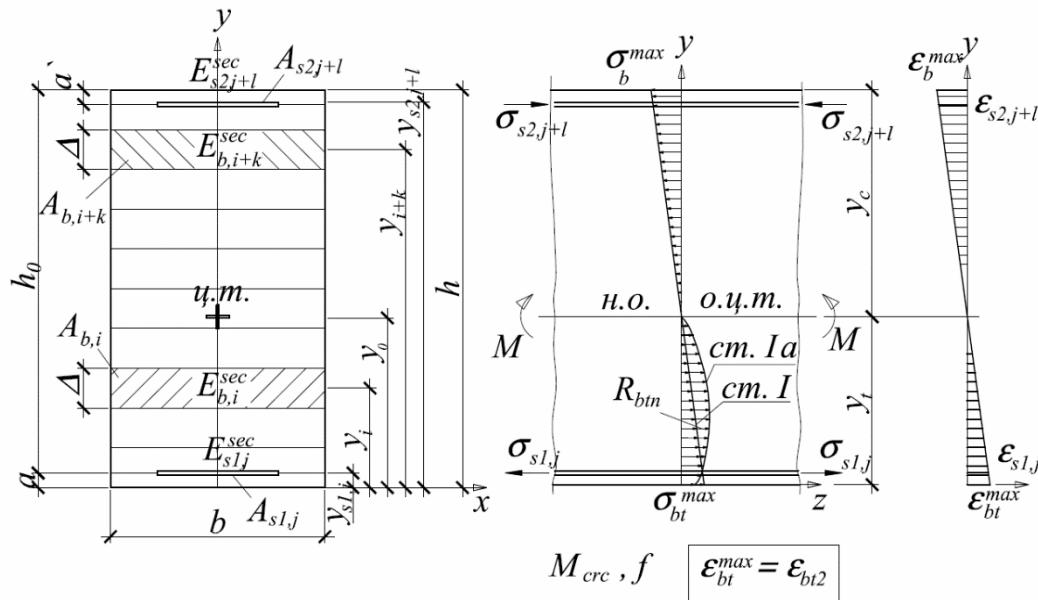


Рис. 8. График зависимости « f - a_{crc} »:
1 – теоретический расчёт, 2 – опытные результаты [6]

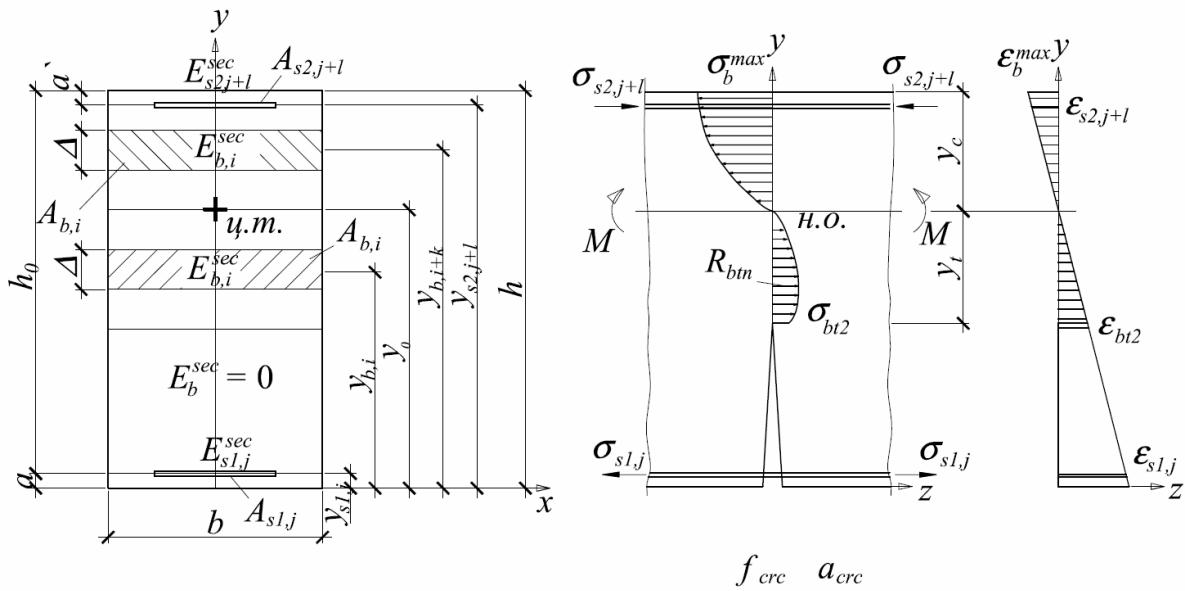
Выводы:

1. В развитие нормативного подхода к расчёту изгибаемых железобетонных элементов с применением нелинейной деформационной модели впервые разработаны предложения по оценке ширины раскрытия нормальных трещин.
2. Предложенная методика расчёта позволяет определять величину a_{crc} на всём интервале нагружения изгибаемого элемента после появления нормальных трещин, что подтверждает сравнение расчётных и экспериментальных данных (расхождение для рассмотренного примера не превысило 15%).

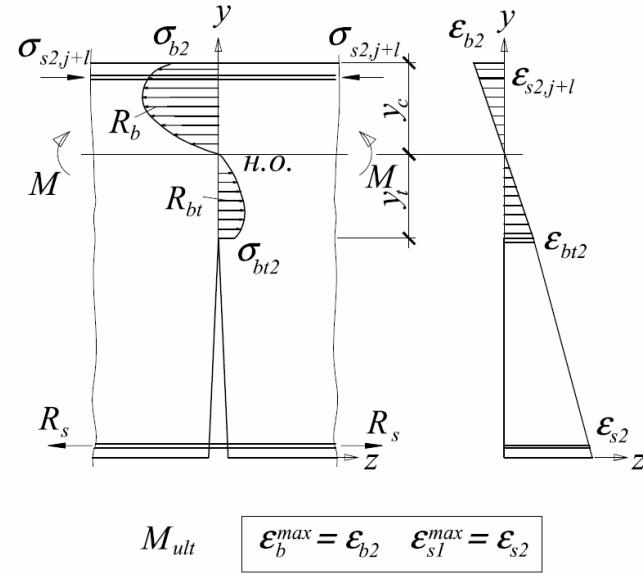
Стадии I и Ia



Стадия II



Стадия III



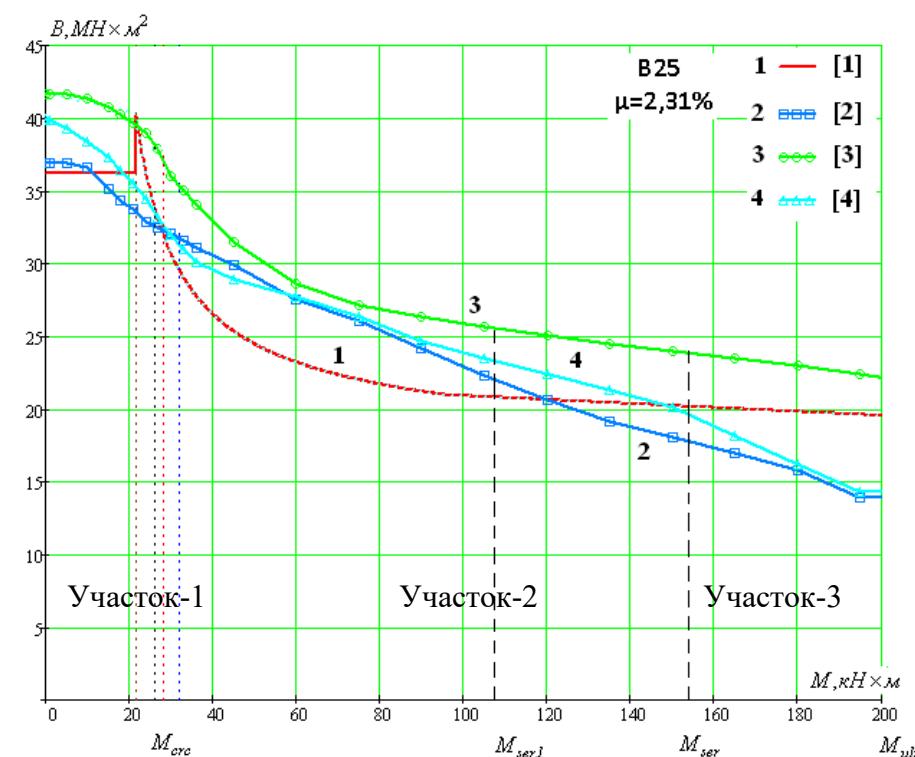
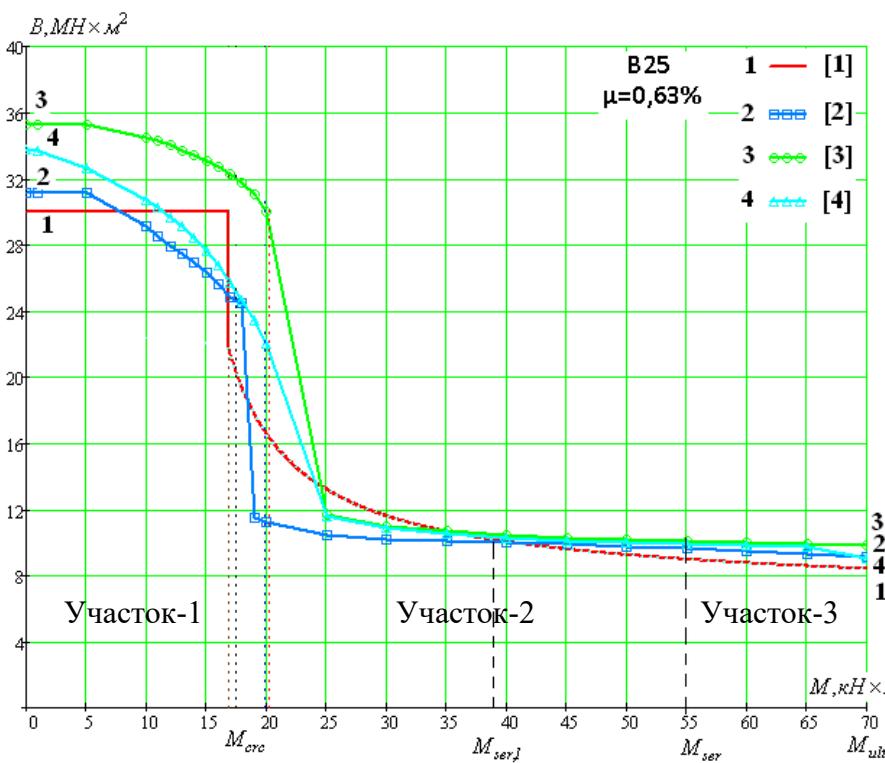


Рис. 4. Жёсткости при непродолжительном действии нагрузки

M_{crc} – момент образования трещины;

M_{ser} – нормативный от полной нагрузки, $M_{ser} \approx M_{ult}/1,3$;

$M_{ser,l}$ – нормативный от постоянной и длительной нагрузки, $M_{ser,l} \approx 0,7M_{ser}$

M_{ult} – предельный момент

Таблица 2 – Жёсткость при непродолжительном действии нагрузки (для бетона B25)

$\mu, \%$	$M_{crc},$ кН·м	Жёсткость сечения B_f , МН·м			
		Расчётная методика			
		[1]	[2]	[3]	[4]
0,63	16,307	22,2	$\frac{24,8}{1,1171^*}$	$\frac{32,4}{1,4594}$	$\frac{26,1}{1,1757}$
2,31	21,713	36,24	$\frac{33,3}{0,9188}$	$\frac{39,4}{1,0880}$	$\frac{35,1}{0,9685}$

Участок-1 $0 \leq M \leq M_{crc}$

[1], [2] $E_{b1} = 0,85E_b < E_b$

[3] $E_{b1} = E_b$

[4] $E_{b1} \approx 0,9E_b < E_b$

Выводы:

1. Различие в начальной жёсткости B_{f0} при $M=0$, обусловлено различными предпосылками при определении начального модуля E_{b1} .
2. Наибольшее расхождение наблюдается при $M=M_{crc}$
3. Расхождение зависит от $\mu\%$: при низком $\mu\%$ - лучшее совпадение данных [2], при высоком – данных [4]

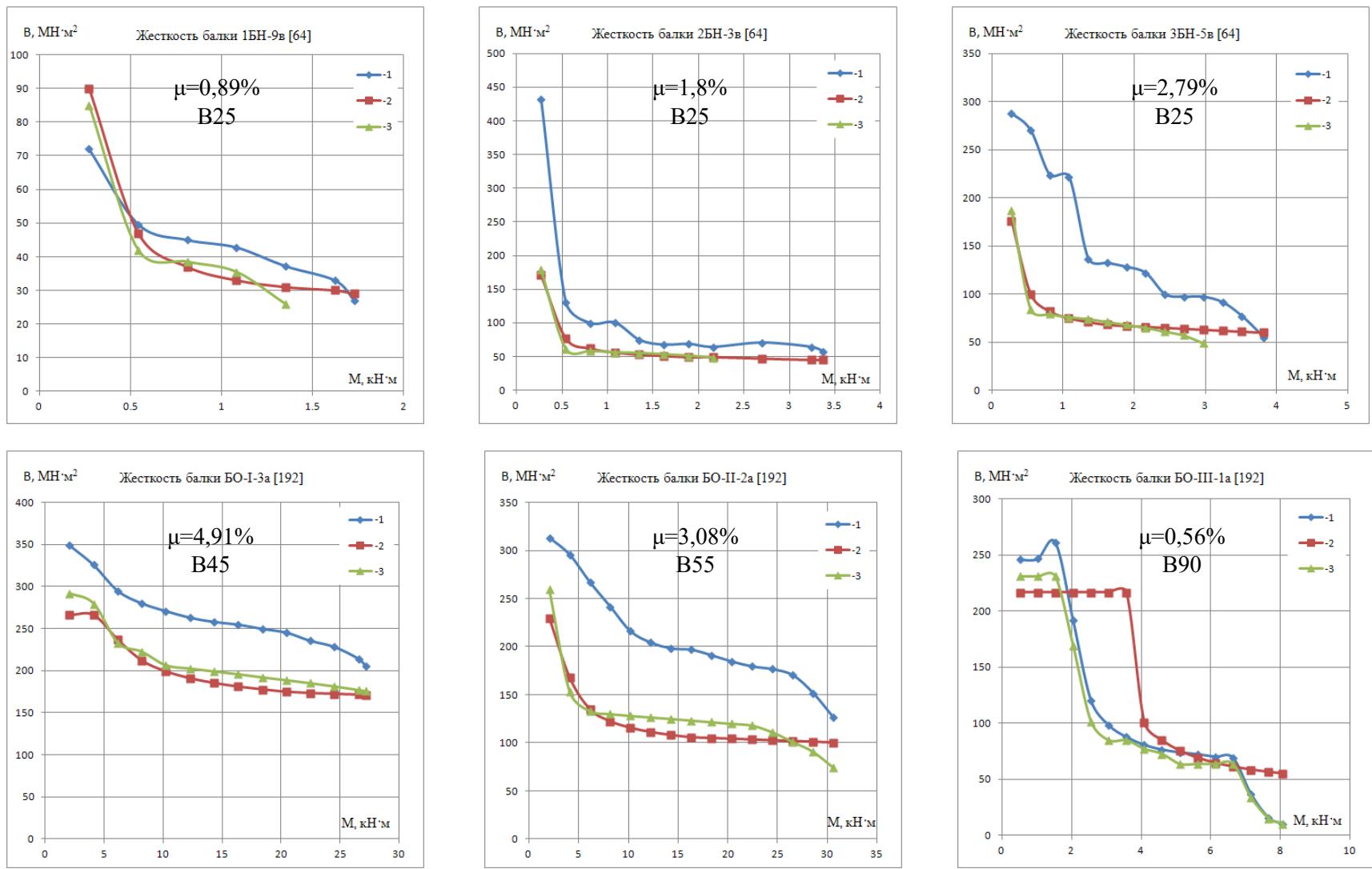
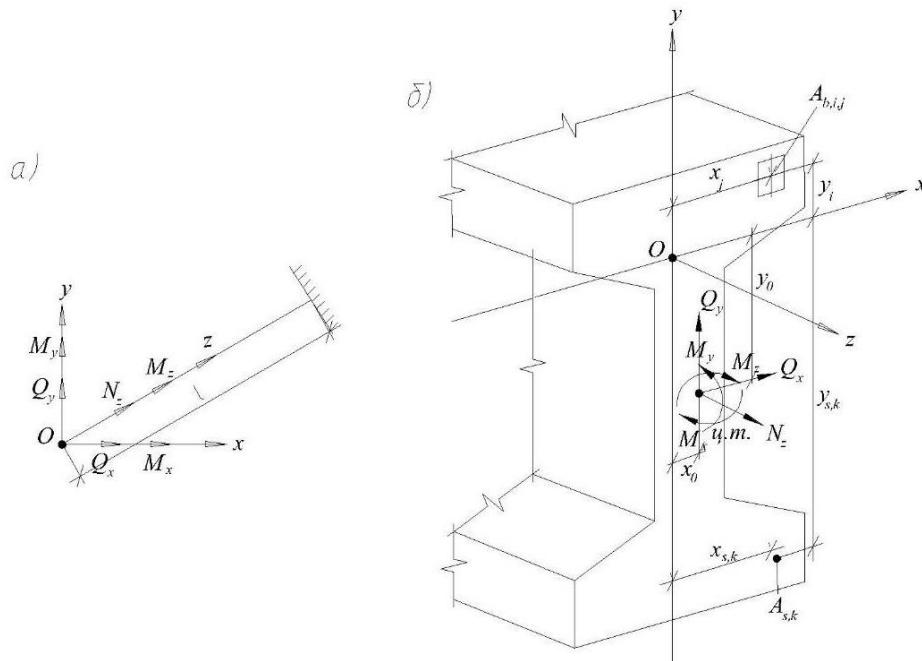


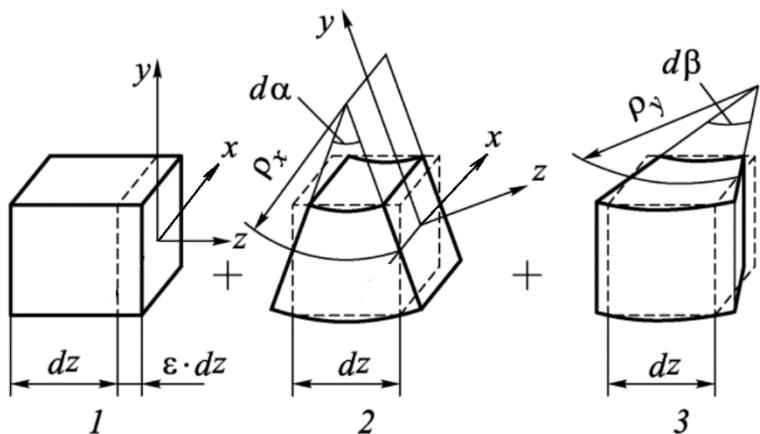
Рис. 8. Жёсткость элемента при непродолжительном действии нагрузки: 1 – опыт; 2 – методика СНиП 2.03.01-84*; 3 – диаграммный метод Н.И. Карпенко с учетом предложенных коэффициентов; [64] – балки К.А. Пирадова, [192] – С.С. Ватагина

ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫЕ СТЕРЖНЕВЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ИЗ АРМИРОВАННОГО БЕТОНА



$$\mathcal{E}_z = \mathcal{E}_z^{(1)} + \mathcal{E}_z^{(2)} + \mathcal{E}_z^{(2)} = \mathcal{E}_0 + \chi_y x - \chi_x y$$

$$\sigma_z = E\epsilon_z = E(\epsilon_0 + \chi_y x - \chi_x y)$$



$$N_z = \int_A \sigma_z dA = E \left(A \varepsilon_0 + \chi_y S_y - \chi_x S_x \right)$$

$$M_x = - \int_A \sigma_z y dA = E \left(-S_x \varepsilon_0 - \chi_y I_{xy} + \chi_x I_x \right)$$

$$M_y = \int_A \sigma_z x dA = E \left(S_y \varepsilon_0 + \chi_y I_y - \chi_x I_{xy} \right)$$

$$\{P\}^T = \{N_z \quad Q_y \quad Q_x \quad M_z \quad M_y \quad M_x\}^T$$

$$\{u\}^T = \{u_z \quad u_y \quad u_x \quad \varphi_z \quad \varphi_y \quad \varphi_x\}^T$$

$$\begin{Bmatrix} N_z \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & -ES_x & ES_y \\ -ES_x & EI_x & -EI_{xy} \\ ES_y & -EI_{xy} & EI_y \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \chi_x \\ \chi_y \end{Bmatrix} = [D] \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \chi_x \\ \chi_y \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} N_z \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & -D_{12} & D_{13} \\ -D_{21} & D_{22} & -D_{23} \\ D_{31} & -D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \chi_x \\ \chi_y \end{Bmatrix} = [D] \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \chi_x \\ \chi_y \end{Bmatrix}$$

$$D_{11} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{m-1} \nu_{b,ij} E_{b,ij} A_{b,ij} + \sum_{k=1}^p \nu_{s,k} E_{s,k} A_{s,k},$$

$$D_{12} = D_{21} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{m-1} \nu_{b,ij} E_{b,ij} A_{b,ij} y_{bi} + \sum_{k=1}^p \nu_{s,k} E_{s,k} A_{s,k} y_{s,k},$$

$$D_{13} = D_{31} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{m-1} \nu_{b,ij} E_{b,ij} A_{b,ij} x_{bi} + \sum_{k=1}^p \nu_{s,k} E_{s,k} A_{s,k} x_{s,k},$$

$$D_{22} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{m-1} \nu_{b,ij} E_{b,ij} A_{b,ij} y_{bi}^2 + \sum_{k=1}^p \nu_{s,k} E_{s,k} A_{s,k} y_{s,k}^2,$$

$$D_{23} = D_{32} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{m-1} \nu_{b,ij} E_{b,ij} A_{b,ij} x_{bi} y_{bi} + \sum_{k=1}^p \nu_{s,k} E_{s,k} A_{s,k} x_{s,k} y_{s,k},$$

$$D_{33} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{m-1} \nu_{b,ij} E_{b,ij} A_{b,ij} x_{bi}^2 + \sum_{k=1}^p \nu_{s,k} E_{s,k} A_{s,k} x_{s,k}^2,$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \chi_x \\ \chi_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & -D_{12} & D_{13} \\ -D_{21} & D_{22} & -D_{23} \\ D_{31} & -D_{32} & D_{33} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{Bmatrix} N_z \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix} = [D]^{-1} \times \begin{Bmatrix} N_z \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix}$$

Переход от косого внецентренного сжатия к внецентренному сжатию

$$\begin{Bmatrix} N_z \\ M_x \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & -D_{12} & D_{13} \\ -D_{21} & D_{22} & -D_{23} \\ D_{31} & -D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \chi_x \\ \chi_y \end{Bmatrix} = [D] \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \chi_x \\ \chi_y \end{Bmatrix}$$

Переход от произвольных осей к главным

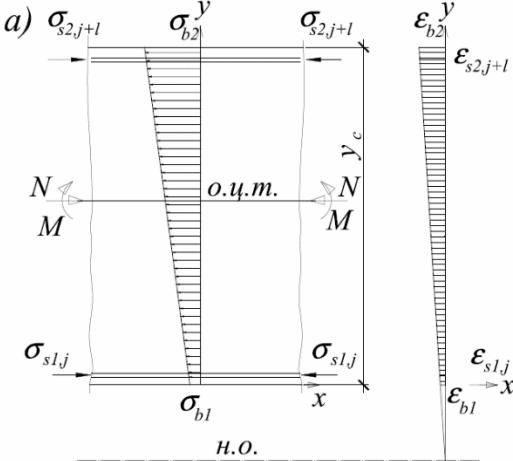
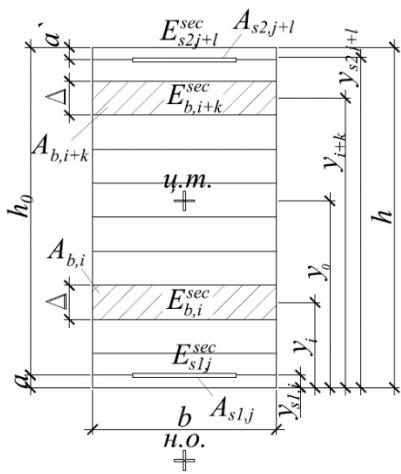
$$\begin{Bmatrix} N_z \\ M_x \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D'_{11} & -D'_{12} & D'_{13} \\ -D'_{21} & D'_{22} & 0 \\ D'_{31} & 0 & D'_{33} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \chi_x \\ \chi_y \end{Bmatrix} = [D] \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \chi_x \\ \chi_y \end{Bmatrix}$$

Переход от главных осей к главным центральным

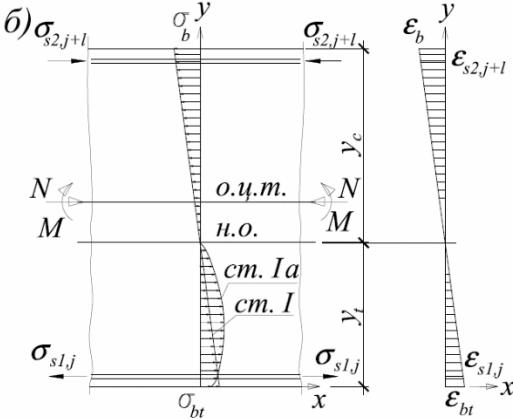
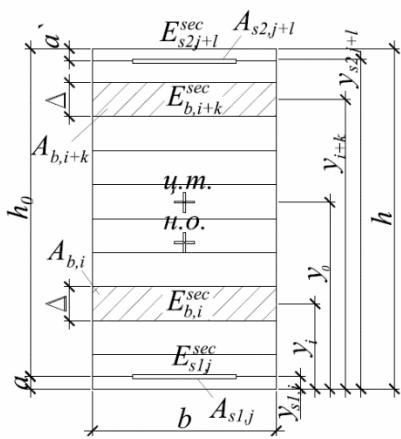
$$\begin{Bmatrix} N_z \\ M_x \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D''_{11} & 0 & 0 \\ 0 & D''_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D''_{33} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \chi_x \\ \chi_y \end{Bmatrix} = [D] \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \chi_x \\ \chi_y \end{Bmatrix}$$

Следствие:

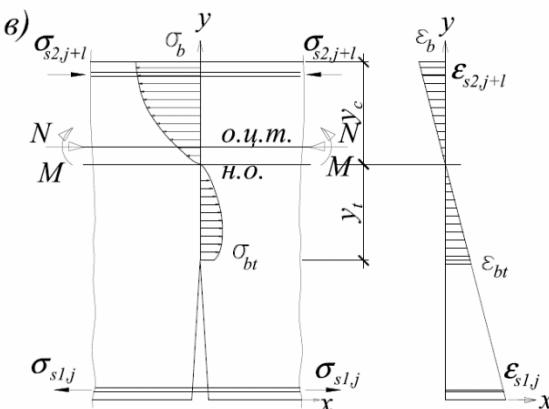
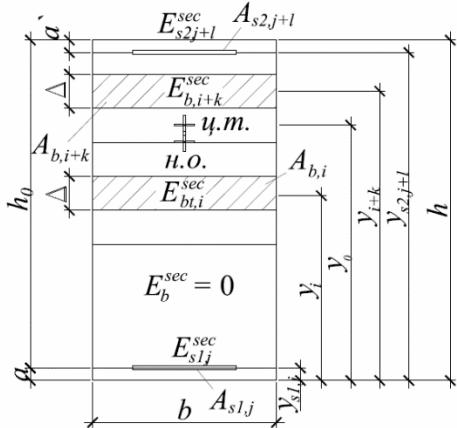
$$\varepsilon_z = \frac{N_z}{D''_{11}} = \frac{N_z}{D_z} \quad \chi_x = \frac{M_x}{D''_{22}} = \frac{M_x}{D_x} \quad \chi_y = 0$$



НДС сжатых элементов с малым эксцентрикитетом



НДС сжатых элементов с большим эксцентрикитетом



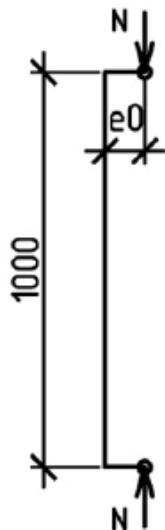
$$\begin{Bmatrix} N_z \\ M_x \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D'_{11} & -D'_{12} & D'_{13} \\ -D'_{21} & D'_{22} & 0 \\ D'_{31} & 0 & D'_{33} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \chi_x \\ \chi_y \end{Bmatrix} = [D] \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \chi_x \\ \chi_y \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} M_x/e_0 \\ M_x \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D'_{11} & -D'_{12} & D'_{13} \\ -D'_{21} & D'_{22} & 0 \\ D'_{31} & 0 & D'_{33} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 0 \\ \chi_x \\ \chi_y \end{Bmatrix} = [D] \times \begin{Bmatrix} 0 \\ \chi_x \\ \chi_y \end{Bmatrix}$$

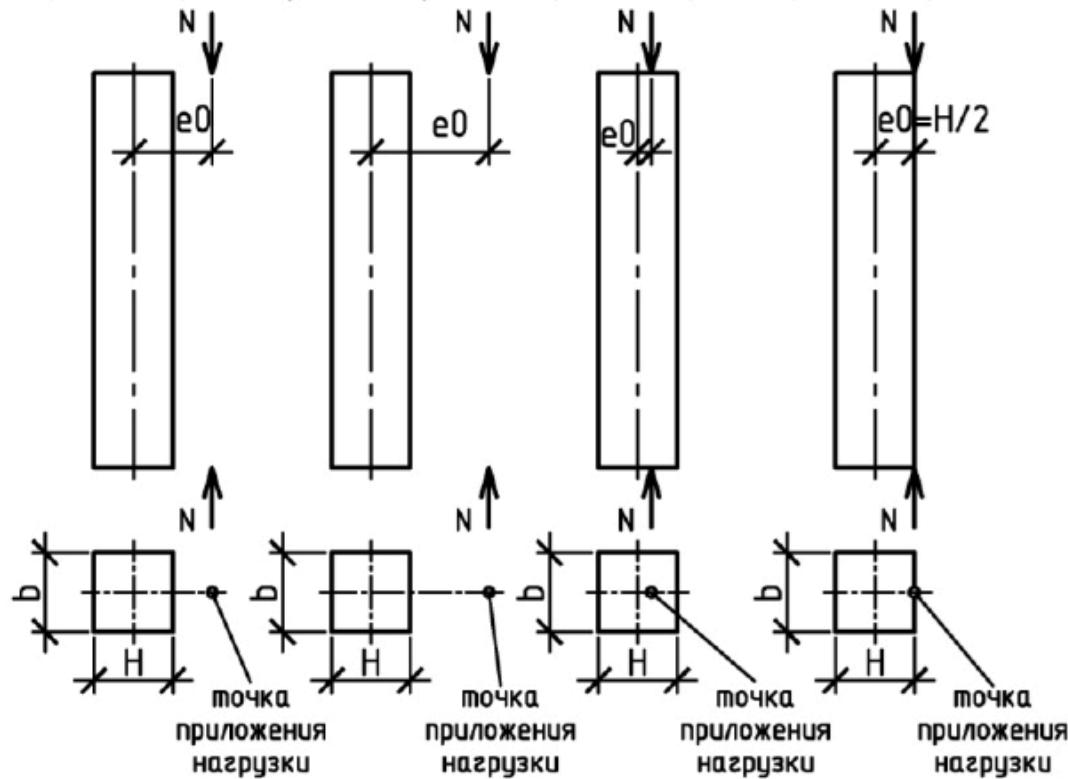
$$\chi_x = \frac{M_x}{D'_{22}} = \frac{M_x}{D_x} \quad \chi_x = -\frac{M_x}{e_0 D'_{12}} = -\frac{M_x}{e_0 D_{Sx}}$$

$$\chi_x = -\frac{M_x}{e_0 D'_{12}} = -\frac{M_x}{e_0 D_{Sx}}$$

а) Расчёчная схема образцов



б) Расположение усилия относительно поперечного сечения образцов



в) Трёхмерная модель колонны с консольной конструкцией

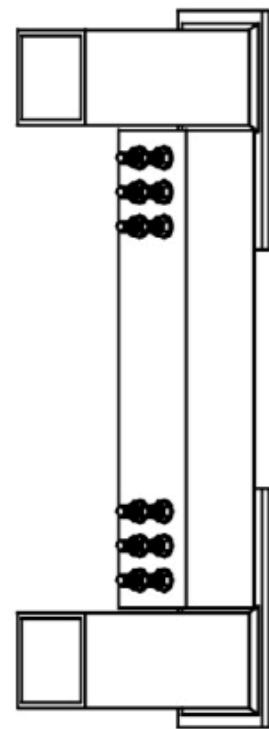


Рис. 4. Схемы приложения нагрузки для серий образцов

К-1: $R_{bn}=23,9$ МПа (B30), $R_{sn}=399$ МПа, $\mu=2,5\%$, $e_0=h/2+100=200$ мм;

К-2: $R_{bn}=29,6$ МПа (B40), $R_{sn}=560$ МПа, $\mu=3,0\%$, $e_0=h/2+200=300$ мм;

К-3: $R_{bn}=33,3$ МПа (B45), $R_{sn}=520$ МПа, $\mu=3,5\%$, $e_0=0,175h=35$ мм;

К-4: $R_{bn}=39,3$ МПа (B50), $R_{sn}=520$ МПа, $\mu=3,5\%$, $e_0=h/2=100$ мм.

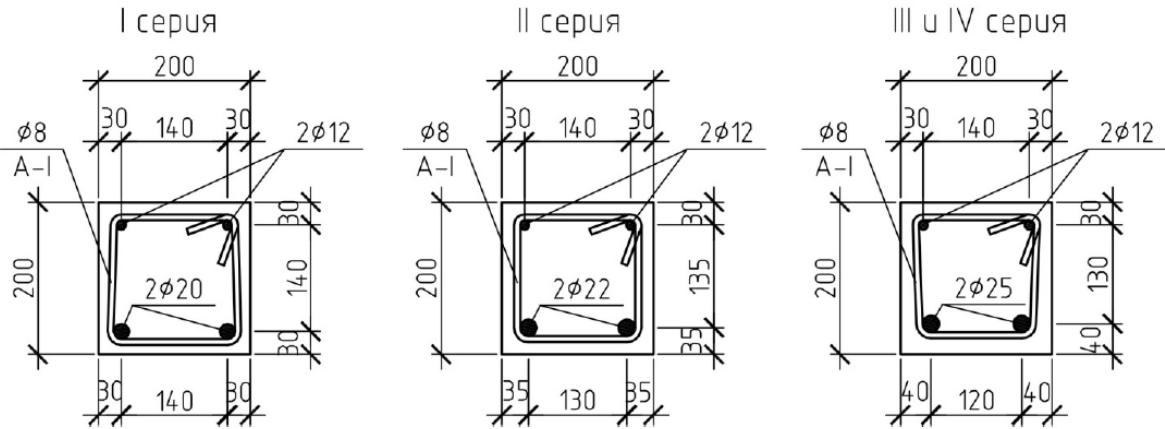


Рис. 5. Схема армирования образцов

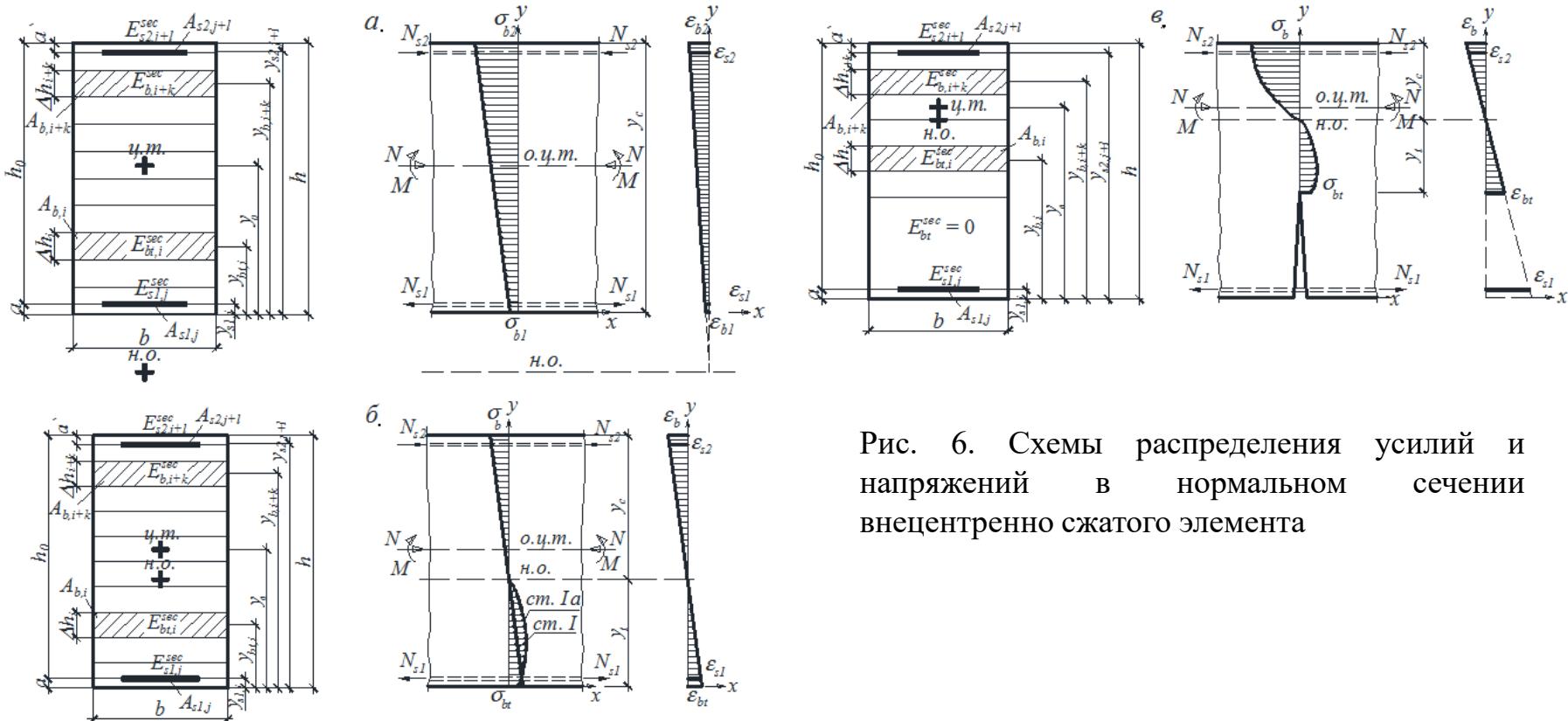


Рис. 6. Схемы распределения усилий и напряжений в нормальном сечении внецентренно сжатого элемента

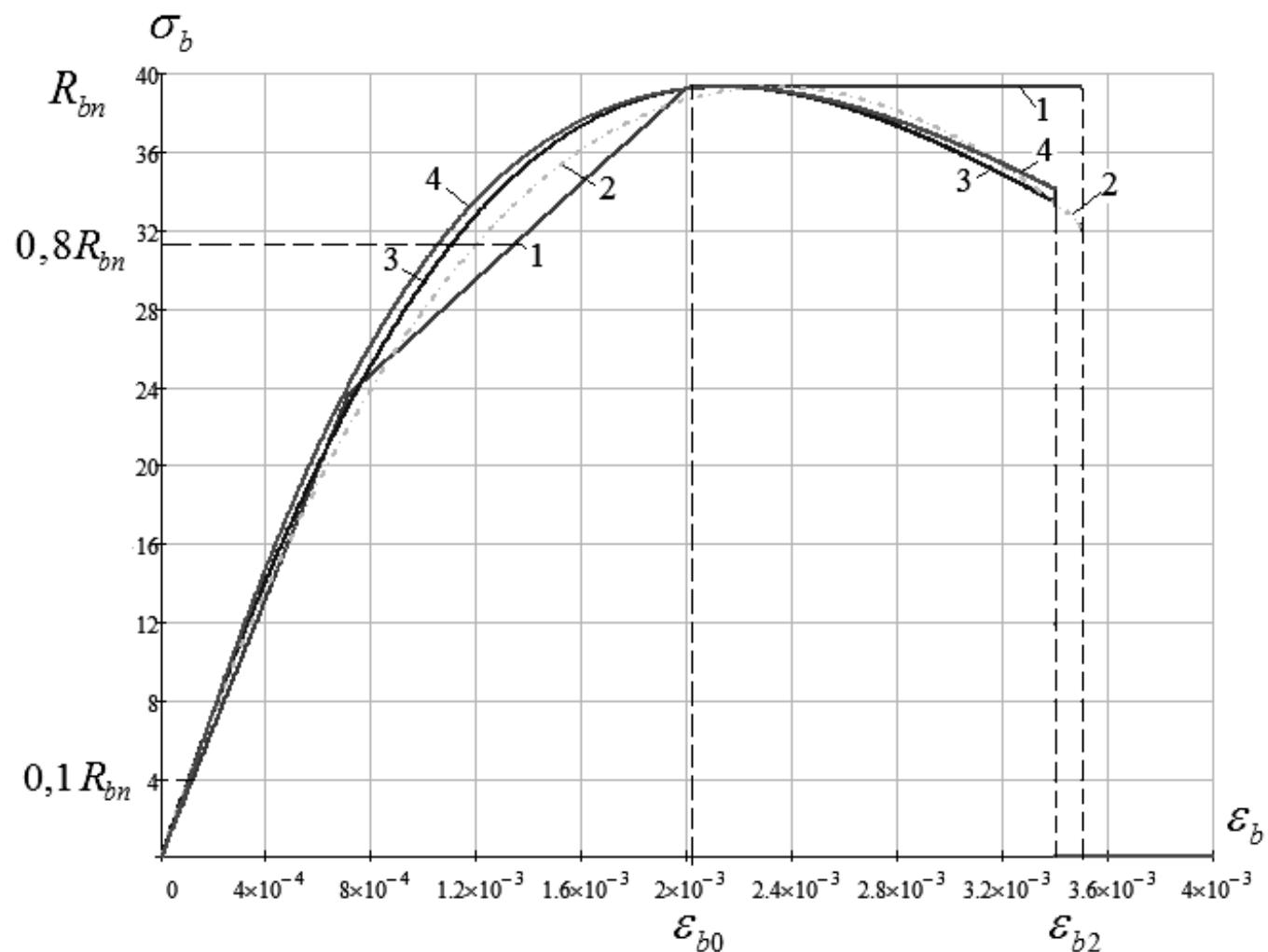


Рис. 7. Нормативные диаграммы деформирования бетона класса В50 при сжатии:
1 – СП 63.13330.2012; 2 – EuroCod-2; 3 – [1-3]; 4 – [5]

Таблица 4

Момент трещинообразования M_{crc} , кН·м

Серия образцов	Расчётная методика				
	СНиП 2.03.01-84*	СП 63.13330.2012	EuroCod-2	[1-3]	[5]
Внеклещеренно сжатые элементы					
К-1	5,189	5,178	5,068	5,087	5,087
К-2	6,132	6,136	5,968	6,054	6,054
К-3*	-	-	-	-	-
К-4	6,931	6,989	6,773	6,958	6,958
Изгибаемые элементы					
Б-1	5,189 (0 %)	5,137 (-0,8 %)	5,303 (+4,6 %)	5,300 (+4,2 %)	5,300 (+4,2 %)
Б-2	6,132 (0 %)	6,046 (-1,5 %)	6,152 (+3,1 %)	6,235 (+3,0 %)	6,235 (+3,0 %)
Б-4	6,931 (0 %)	6,880 (-1,6 %)	6,962 (+2,8 %)	7,126 (+2,4 %)	7,126 (+2,4 %)

Примечание: * – в образце К-3 всё сечение сжато, поэтому момент трещинообразования для него не определялся

Таблица 5

Разрушающий момент M_{ult} , кН·м

Серия образцов	Расчётная методика					Опыт [6]
	СНиП 2.03.01- 84*	СП 63.13330.2012	EuroCod-2	[1-3]	[5]	
Внеклентренно сжатые элементы						
К-1	51,8 (+10,2 %)	48,1 (+2,3 %)	47,5 (+1,1 %)	46,2 (-1,7 %)	47,6 (+1,3 %)	47,0
К-2	61,9 (-2,7 %)	57,6 (-9,0 %)	57,7 (-9,3 %)	57,9 (-9,0 %)	57,9 (-9,0 %)	63,6
К-3*	34,8 (-13,4 %)	37,0 (-8,0 %)	38,0 (-5,5 %)	38,8 (-3,5 %)	39,6 (-1,5 %)	40,2
К-4	64,2 (+9,7 %)	57,6 (-1,5 %)	57,8 (-1,2 %)	58,2 (-0,5 %)	58,3 (-0,3 %)	58,5
Изгибающие элементы						
Б-1	45,9 (-11,4 %)	43,7 (-9,1 %)	44,0 (-7,4 %)	35,9 (-22,3 %)	44,0 (-7,6 %)	-
Б-2	60,4 (-2,4 %)	58,8 (+2,1 %)	58,9 (+2,3 %)	58,9 (+1,7 %)	58,9 (+1,7 %)	-
Б-4	73,1 (+13,9 %)	70,9 (+23,1 %)	71,0 (+22,8 %)	69,6 (+19,6 %)	71,2 (+22,1 %)	-

Примечание: * – в образце К-3 всё сечение сжато, поэтому изгибающий элемент-аналог для него не рассматривался

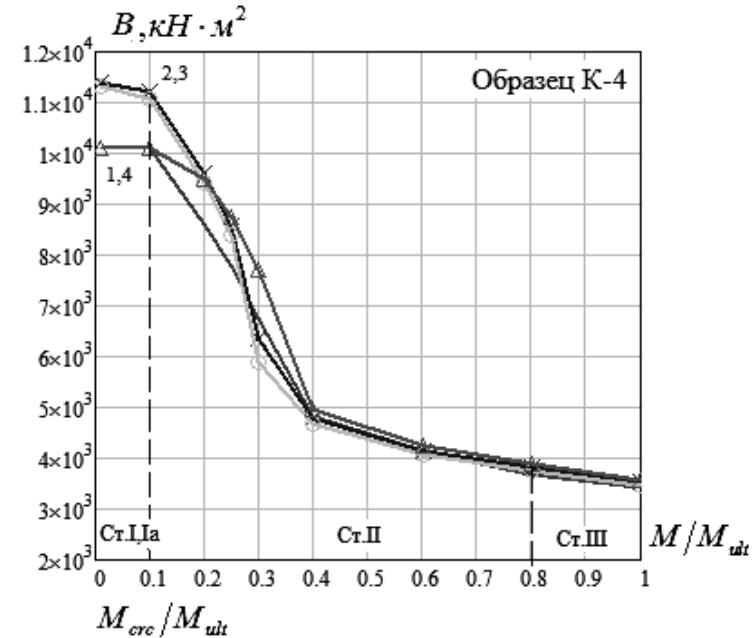
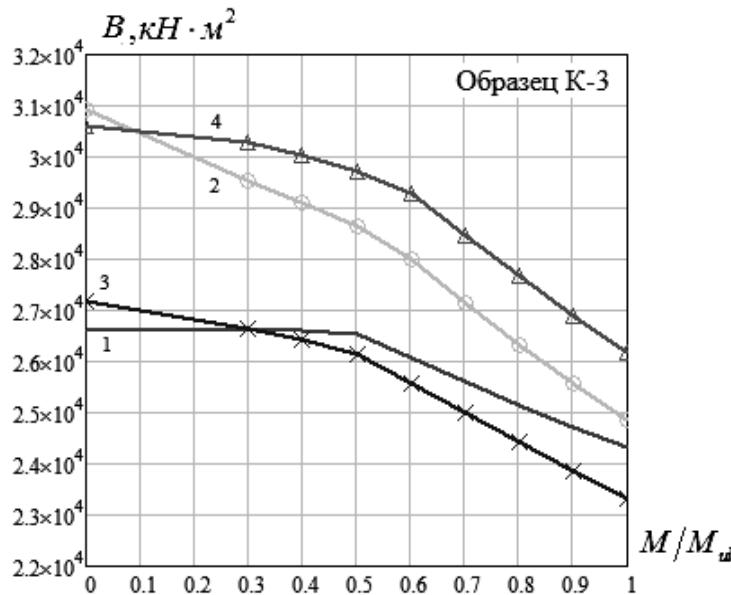
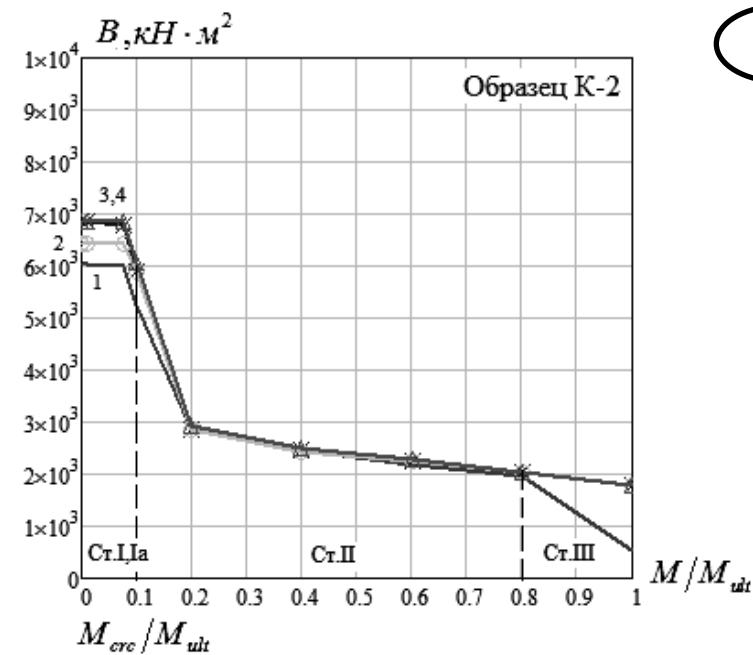
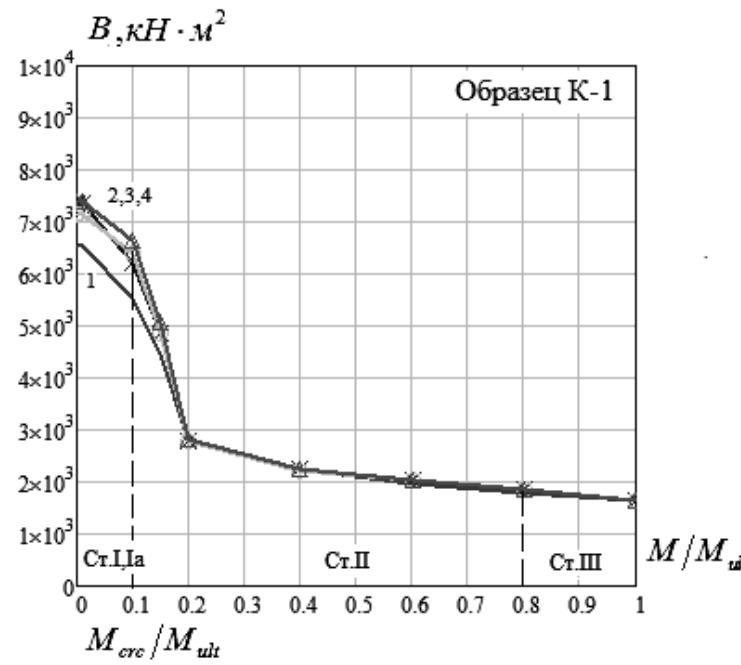


Рис. 8. Изменение жёсткости сечения внецентренно сжатых элементов при непродолжительном действии нагрузки: 1 – по СП 63.13330.2012, 2 – по EuroCod-2, 3 – по методике [1-3], 4 – по методике [5]

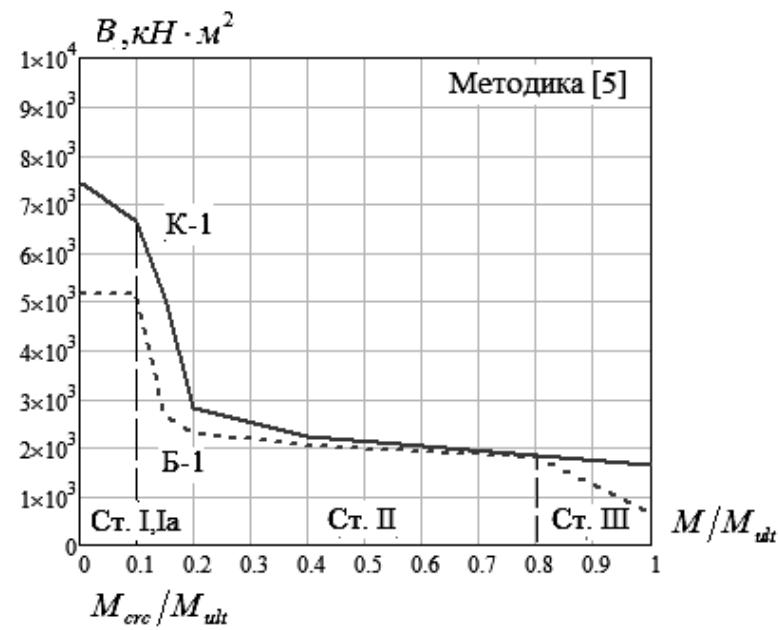
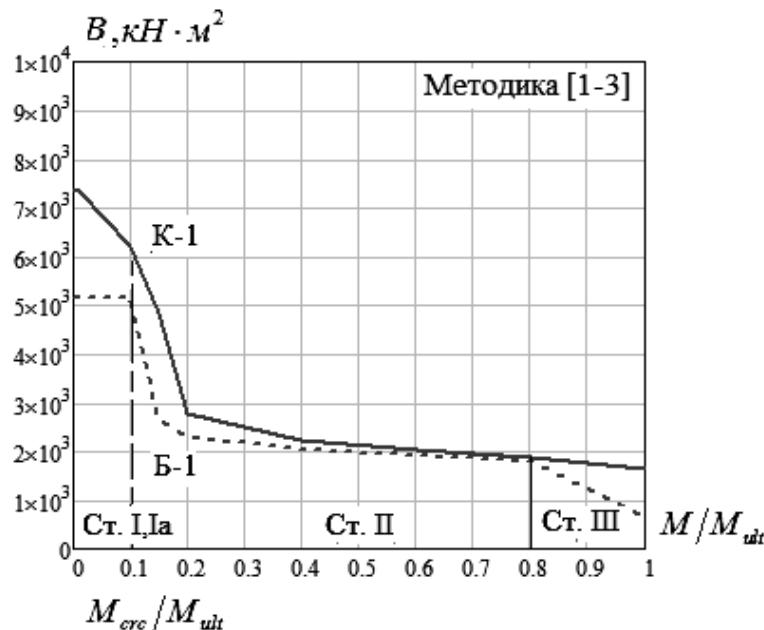
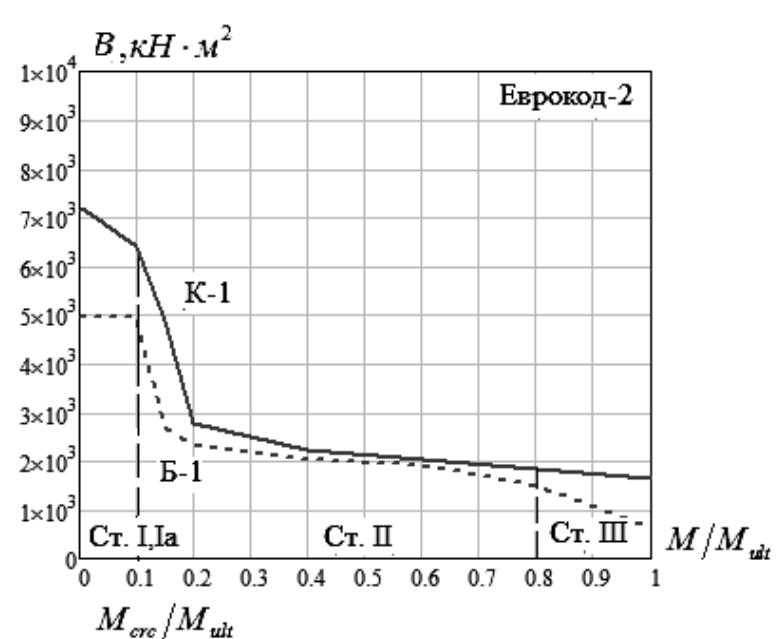
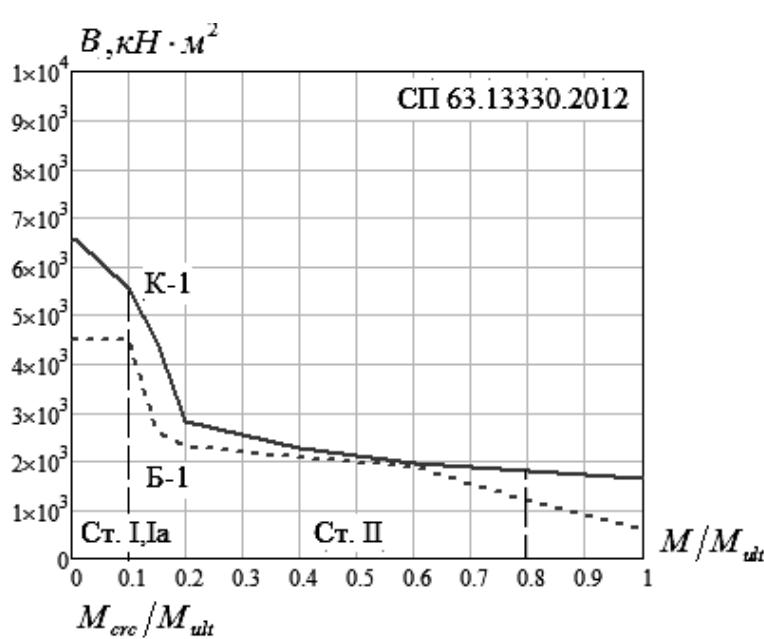


Рис. 9. Сравнение жёсткости сечения внецентренно сжатых и изгибаемых элементов при непродолжительном действии нагрузки – для образцов К-1 и Б-1

Выводы

1. Впервые на основании единого подхода – с использованием нелинейной деформационной модели – выполнен расчёт прочности, жёсткости и трещиностойкости внецентренно сжатых железобетонных элементов с эксцентрикитетом приложения продольной силы, изменяющимся в широких пределах, на всех стадиях нагружения – от нуля вплоть до разрушения.

Основой принятой модели послужили диаграммы состояния бетона, полученные авторами ранее для изгибаемых элементов.

2. Для внецентренно сжатых элементов вид рассмотренных диаграмм состояния бетона не существенно влияет на конечный результат при определении изгибающих моментов образования трещин и разрушения.

3. Сравнение результатов расчёта внецентренно сжатых элементов и изгибаемых, имеющих аналогичные физико-механические и геометрические характеристики, показало:

- продольная сила не оказывает существенного влияния на сопротивление образованию трещин;
- продольная сила существенно влияет на разрушающий момент – до 23,1 %, что зависит от процента армирования и эксцентрикитета её приложения;
- жёсткость внецентренно сжатых элементов превышает жёсткость изгибаемых – до 23 %, что зависит от типа применяемой диаграммы (тангенса угла наклона секущей в рассматриваемой точке графика « σ - ϵ »), величины нагрузки, процента армирования и эксцентрикитета приложения продольной силы.

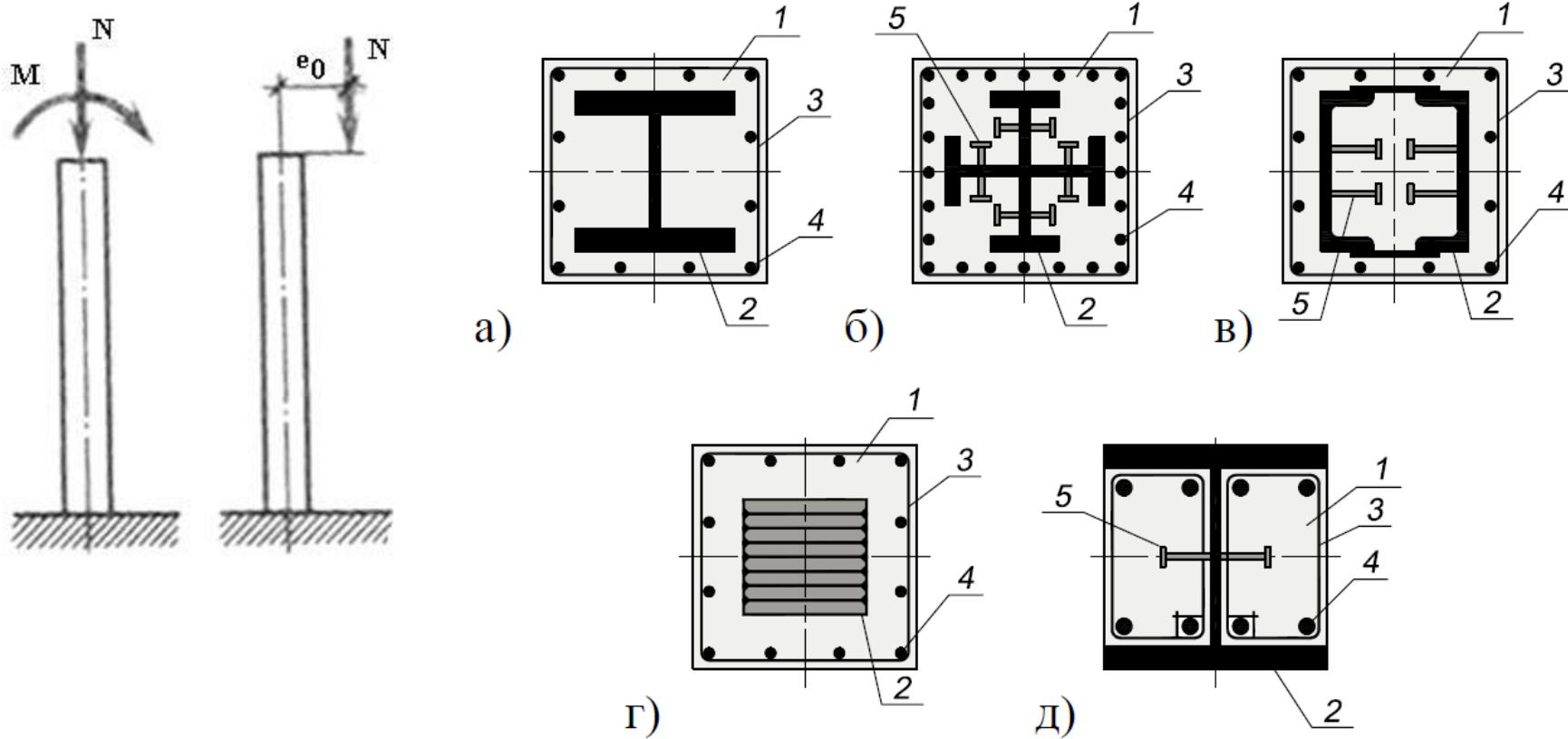
СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ КОНСТРУКЦИИ – состоят из бетонного ядра, стальной гибкой и жёсткой арматуры, объединительных элементов

Преимущества:

- меньшая масса по сравнению с обычными железобетонными конструкциями;
- повышенная жесткость и
- пониженный расход стали по сравнению со стальными конструкциями;
- соответствием современным технологиям изготовления и монтажа, простота узловых сопряжений.

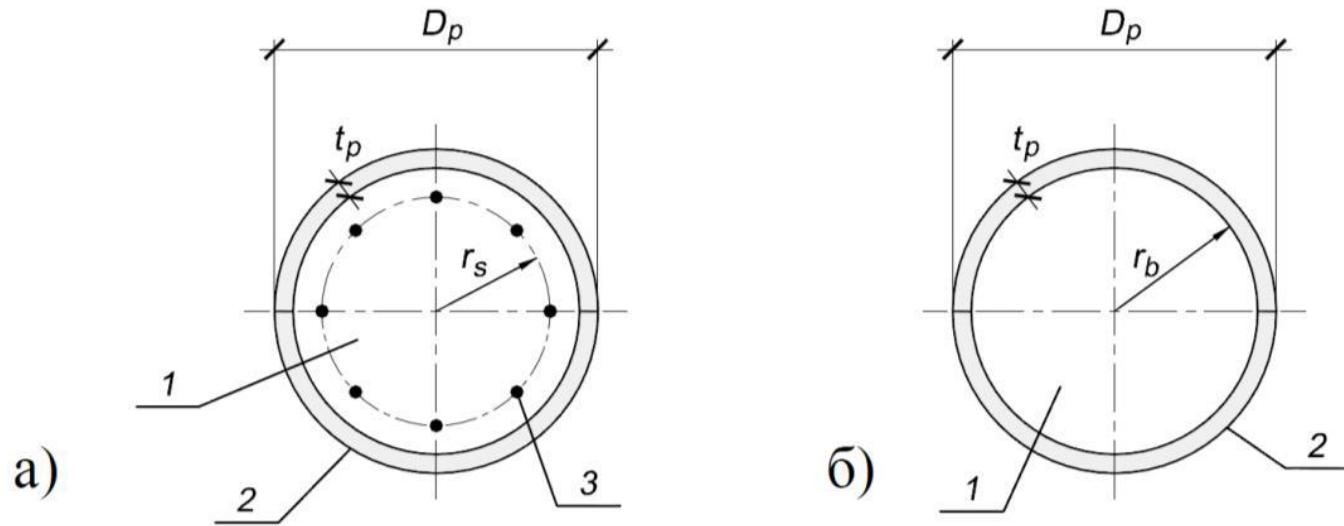
Недостатки:

- необходимость устройства объединительных элементов;
- появление специфических воздействий, вызванных перепадом температур, усадкой и ползучестью бетона;
- усложнение расчетов на прочность и жесткость, необходимость учета двухстадийной работы конструкции, трещинообразования, ползучести бетона, сдвига разнородных материалов по поверхности контакта и других специфических факторов.



1 – бетон; 2 – жесткая арматура; 3 – поперечная гибкая арматура; 4 – продольная гибкая арматура; 5 – анкерный упор
 а) жесткая арматура в форме двутавра; б) жесткая арматура в форме крестообразного сечения; в) жесткая арматура коробчатого сечения, образованного швеллерами, объединенными планками; г) жесткая арматура в виде «сердечника», «сляба» сплошного сечения; д) сечение с частичным обетонированием жесткой арматуры.

Рис. 2. Типовые поперечные сечения железобетонных конструкций с жесткой арматурой



1 – бетонное ядро; 2 – труба; 3 – продольная гибкая арматура

- а) с бетонным ядром, армированным продольной гибкой арматурой (с железобетонным ядром);
- б) с бетонным ядром, неармированным продольной гибкой арматурой (с бетонным ядром)

Рис. 3. Типы трубобетонных сечений

**РУКОВОДСТВО
ПО ПРОЕКТИРОВАНИЮ
ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ
КОНСТРУКЦИЙ
С ЖЕСТКОЙ
АРМАТУРОЙ**


МОСКВА — 1978

**ДОКУМЕНТЫ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ
Конструкции металлические**



ЦНИИПСК им. Мельникова



ЗАО «Хилти Дистрибуши Лтд»

СТАНДАРТ ОРГАНИЗАЦИИ

**ПЕРЕКРЫТИЯ СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ
С МОНОЛИТНОЙ ПЛИТОЙ ПО СТАЛЬНОМУ
ПРОФИЛИРОВАННОМУ НАСТИЛУ**

Расчет и проектирование

СТО 0047-2005

Москва
2005

АССОЦИАЦИЯ «ОБЪЕДИНЕНИЕ УЧАСТНИКОВ БИЗНЕСА
ПО РАЗВИТИЮ СТАЛЬНОГО СТРОИТЕЛЬСТВА»



СТО APCC
СТАНДАРТ
ОРГАНИЗАЦИИ
11251254.001—
2015

УТВЕРЖДАЮ
Генеральный директор
Д.С. Еремеев
«___» 2015 г.

СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ КОНСТРУКЦИИ
Правила проектирования

Москва
2015

ФДС

МИНИСТЕРСТВО СТРОИТЕЛЬСТВА И
ЖИЛИЩНО-КОММУНАЛЬНОГО ХОЗЯЙСТВА

СВОД ПРАВИЛ

СП XX.13330.20XX

**СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ
КОНСТРУКЦИИ. ПРАВИЛА
ПРОЕКТИРОВАНИЯ**

Настоящий проект стандарта не подлежит применению до его
утверждения

ГУП
ЦПП

Москва 201X

EUROPEAN STANDARD
NORME EUROPÉENNE
EUROPÄISCHE NORM

UDC

Descriptores:

EN 1994-1-1:2004

1 September 2004

English version

Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures

Part 1-1: General rules and rules for buildings

Structures mixtes acier-beton,
calcul et construction

Partie 1-1:
Règles générales et
règles pour les bâtiments

Bemessung und Konstruktion von
Verbundtragwerken aus Stahl und Beton

Teil 1-1:
Allgemeine Bemessungsregeln und
Anwendungsregeln für den Hochbau

Stage 49

Final Version of the Editorial Group

CEN

European Committee for Standardization
Comité Européen de Normalisation
Europäisches Komitee für Normung

Central Secretariat: rue de Stassart 36, B-1050 Brussels

© CEN 2004 Copyright reserved to all CEN members

Ref. No. EN 1994-1-1:2004 E



Издано в МГСУ: Еврокоды

РУКОВОДСТВО ДЛЯ ПРОЕКТИРОВЩИКОВ К ЕВРОКОДУ 4:

ПРОЕКТИРОВАНИЕ
СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ
EN 1994-1-1

Роджер П. Джонсон



Целью исследований является совершенствование методики расчёта внецентренно сжатых сталежелезобетонных элементов с использованием нелинейной деформационной модели.

Для достижения поставленной цели предусматривается решение следующих задач:

1 - всесторонне изучить и выполнить анализ отечественной и зарубежной научно-технической литературы, нормативно-технической документации и других материалов, относящихся к рассматриваемой теме;

2 - на основе обобщения существующих теоретических и экспериментальных данных разработать расчётные схемы и аналитические выражения для определения прочности, жёсткости и трещиностойкости внецентренно сжатых сталежелезобетонных элементов, наиболее близко отвечающие опытным данным;

3 - разработать программу численных исследований с варьированием наиболее значимых факторов, при дальнейшем выполнении которой использовать современные программные комплексы, включая ПК «Ansys», который позволяет применять любые типы диаграмм состояния бетона и арматуры;

4 - по результатам собственных численных исследований и экспериментов других авторов выполнить корректировку предложенных расчётных схем и аналитических выражений;

5 - разработать рекомендации по практическому применению полученных результатов, а также методику для расчёта с применением нелинейной деформационной модели.

Научная новизна.

Научная новизна работы заключается в том, что впервые будет создана методика расчёта внецентренно сжатых сталежелезобетонных элементов с применением нелинейной деформационной модели.

Теоретическая значимость.

Работа нацелена на развитие диаграммных методов расчёта сталежелезобетонных конструкций. Впервые получены схемы для расчёта внецентренно сжатых сталежелезобетонных элементов, наиболее близко отвечающие физическому состоянию материалов при нагружении.

Практическая значимость.

Внедрение результатов исследований, включая разработанные рекомендации и методики, в нормы по проектированию железобетонных конструкций, позволят получать более экономичное конструирование рассматриваемых элементов, а также сократят трудоёмкость их расчёта за счёт автоматизации на ЭВМ.

Методика исследования.

Расчётные модели и вычислительные алгоритмы, используемые в работе, строятся на базе современных вариационных и численных методов, реализованных в сертифицированных программных комплексах (Lира, Ansys, MathCAD и др.). Для решения поставленных задач предполагается применение методов сопротивления материалов и теории упругости, строительной механики, теории силового сопротивления железобетона, теории вероятности и математической статистики, что позволит учесть физико-механические и реологические свойства стали и бетона.

Научный задел и основные публикации по заявляемой теме.

Изучено состояние вопроса, освоены вычислительные программы, составлена примерная программа численных исследований.

Основные результаты по смежным темам исследований обсуждались на конференции к 70-летию ЗАО «Казанский Гипронишавиопром» «Состояние и перспективы развития норм по проектированию железобетонных конструкций» (г. Казань, 2011), VIII и X Академических чтениях РААСН по механике разрушения строительных материалов (Казань, 2014, Санкт-Петербург, 2016), на международной конференции в МГСУ, посвящённой 100-летию Н.Н. Попова, ежегодных республиканских научных конференциях Казанского государственного архитектурно-строительного университета (2011-2016 гг.).

Основные публикации по теме НИР:

1. Соколов Б.С., Радайкин О.В. Совершенствование методики расчета жесткости изгибаемых элементов из обычного железобетона // *Academia*. – 2012. – №1. – С.20-28.
2. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К определению деформаций изгибаемых железобетонных элементов с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры // Журнал «Строительство и реконструкция». – Орёл: Изд. ОГТУ, 2012, №2. – С.11-20.
3. Карпенко Н.И., Радайкин О.В. К совершенствованию диаграмм деформирования бетона для определения момента трещинообразования и разрушающего момента в изгибаемых железобетонных элементах // Журнал «Строительство и реконструкция». – Орёл: Изд. ОГТУ, 2012, №2. – С. 10-16.
4. Радайкин О.В. К расчёту по деформациям изгибаемых железобетонных элементов с применением различных диаграмм деформирования бетона и стальной арматуры // Материалы 64-ой Республиканской научной конференции. – Казань: Изд. КазГАСУ, 2012. – С. 37.
5. Радайкин О.В. К диаграммному методу расчёта изгибаемых железобетонных элементов // Материалы I международной (VII Всероссийской) конференции «Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции» (НАСКР), 14-15 ноября 2012. – Чебоксары: Издательство ЧГУ, 2012. – С. 87-91.
6. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К расчёту прочности, жёсткости и трещиностойкости внецентренно сжатых железобетонных элементов с применением нелинейной деформационной модели // *Известия КазГАСУ*. – Казань, 2013, №4 (26). – С. 113-120.
7. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. Анализ и совершенствование криволинейных диаграмм деформирования бетона для расчета железобетонных конструкций по деформационной модели // *Промышленное и гражданское строительство*. – М., 2013, №1. – С. 25-27.
8. Соколов Б.С., Радайкин О.В. Исследование напряженно-деформированного состояния бетонных и железобетонных изгибаемых элементов в зоне совместного действия изгибающих моментов и поперечных сил // VIII Академические чтения РААСН. Материалы VIII академических чтений РААСН - международной НТК «Механика разрушения строительных материалов и конструкций» – Казань: КГАСУ, 2014. – С. 312-317.
9. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К определению кривизны бетонных и железобетонных элементов вдоль пролёта с учетом совместного действия изгибающих моментов и перерезывающих сил // Журнал «Строительство и реконструкция». – Орёл: Изд. ОГТУ, 2015, №2 (58). – С. 38-41.
10. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К оценке прочности, жёсткости, момента образования трещин и их раскрытия в зоне чистого изгиба железобетонных балок с применением нелинейной деформационной модели. – *Известия вузов. Строительство*. – Новосибирск: Изд-во Сибстрин, 2016, №3 (687). – С. 5-10.

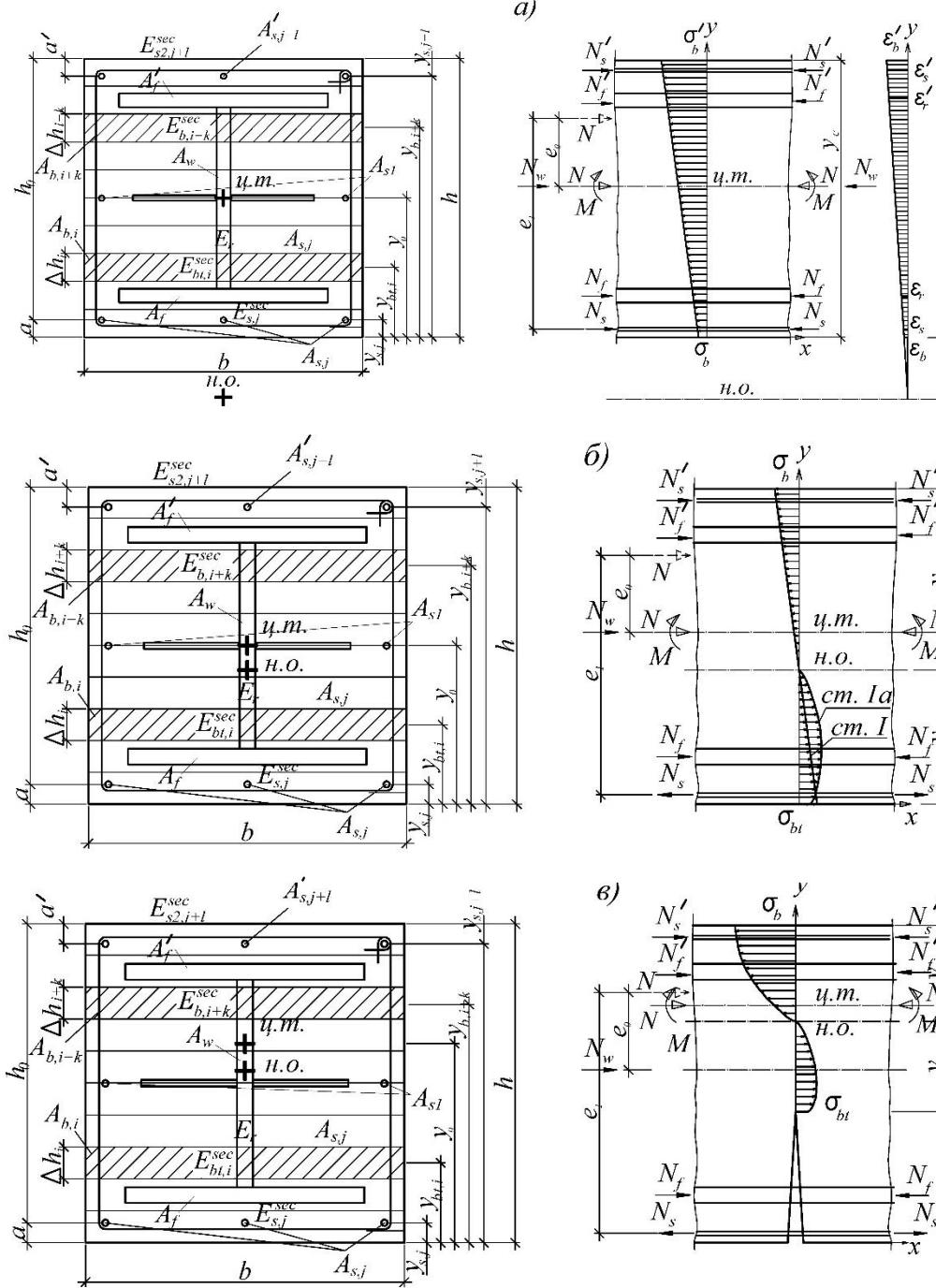


Рис. 4. Схемы распределения усилий и напряжений по сечению сталежелезобетонной колонны:

а – в случае малых эксцентрикитетов;
 б – в случае больших эксцентрикитетов до образования трещин;
 в – тоже после образования трещин

Обобщённый алгоритм расчёта прочности, жёсткости и трещиностойкости сталежелезобетонных внецентренно сжатых элементов

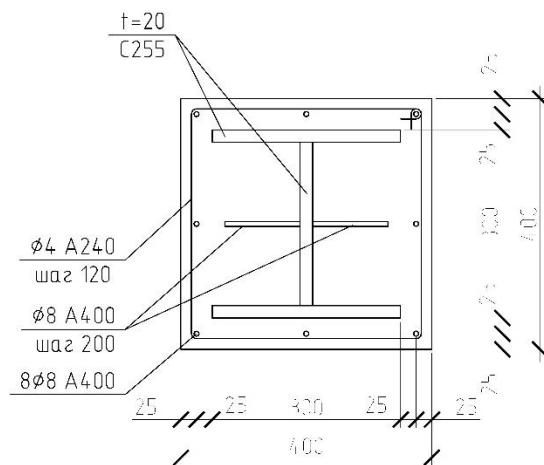
№ п/п	Описание этапа	Основные расчётные выражения и величины
1.	Определяют величину начального эксцентрикитета e_0 , который должен быть не меньше случайного e_a	$e_0 = \max\left(\frac{M}{N}; e_a\right), \quad e_a = \max\left(\frac{l}{600}; \frac{h}{30}; 10\right)$
2.	Задают начальное приближение искомого параметра: прочности, жёсткости, трещиностойкости. Для этого используют приближённые формулы без учёта армирования	$B \approx E_b \frac{bh^3}{12}, \quad M_{crc} \approx 1,3R_{bm} \frac{bh^2}{6}, \quad M_{ult} \approx R_b b \frac{h_0}{3} \left(h_0 - 0,5 \frac{h_0}{3} \right)$
3.	По заданному классу прочности бетона и стали жёсткой и гибкой арматуры и соответствующим нормативным прочностным и деформационным характеристикам материалов строятся диаграммы деформирования: для гибкой и жёсткой арматуры – двухлинейную Прандтля, для бетона криволинейные [авторские]	« $\sigma_b - \varepsilon_b$ », « $\sigma_{bt} - \varepsilon_{bt}$ », « $\sigma_s - \varepsilon_s$ », « $\sigma_{sc} - \varepsilon_{sc}$ », « $\sigma_r - \varepsilon_r$ »
4.	Сечение разбивают по высоте на полосы ($n \geq 10$) – составляют расчётные схемы. При этом стремятся разбивку бетона и жёсткой арматуры принять максимально совпадающей в местах стыковки	$n, y_{bt,i}, y_{b,i+k}$

4.	Сечение разбивают по высоте на полосы ($n \geq 10$) – составляют расчётные схемы. При этом стремятся разбивку бетона и жёсткой арматуры принять максимально совпадающей в местах стыковки	$n, y_{bt,i}, y_{b,i+k}$
5.	На текущей итерации вычисляют кривизну сечения, центр тяжести приведённого сечения, который определяет положение нейтральной оси, а также секущий модуль сдвига	$\frac{1}{r} = \frac{M}{B}, \left(\frac{1}{r}\right)_{crc} = \frac{M_{crc}}{B}, \left(\frac{1}{r}\right)_{ult} = \frac{M_{ult}}{B}, y_0 = \frac{h}{2}$
6.	Задаются числом итераций (последовательных приближений) расчёта – рекомендовано не менее 20	m
7.	Используя гипотезу плоских сечений, вычисляют относительные деформации в бетоне и арматуре	$\varepsilon = \frac{1}{r} (y_0 - y):$ $\varepsilon_{bt,i}, \varepsilon_{b,i}, \varepsilon_s, \varepsilon'_s, \varepsilon_{r,i}$
8.	По диаграммам деформирования « $\sigma_b - \varepsilon_b$ », « $\sigma_{bt} - \varepsilon_{bt}$ », « $\sigma_s - \varepsilon_s$ », « $\sigma_{sc} - \varepsilon_{sc}$ », « $\sigma_r - \varepsilon_r$ » вычисляют соответствующие напряжения в бетоне и арматуре (гибкой и жёсткой)	$\sigma_{b,i}, \sigma_{bt,i}, \sigma_s, \sigma_{sc}, \sigma_{r,i}$
9.	Вычисляют коэффициент, учитывающий работу растянутого бетона между двумя смежными трещинами	$\psi_s = \begin{cases} 1 - 0,8 \frac{\sigma_s(\varepsilon_{bt2})}{\sigma_s(\varepsilon_s)} < 1, \text{ если } \varepsilon_{b,0} \geq \varepsilon_{bt2} \\ 1, \text{ если } \varepsilon_{b,0} < \varepsilon_{bt2} \end{cases} \geq 0,2$
10.	Вычисляют секущие модули деформаций бетона и арматуры	$E_b^{\sec} = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_b}, E_{bt}^{\sec} = \frac{\sigma_{bt}}{\varepsilon_{bt}}, E_s^{\sec} = \frac{\sigma_s}{\psi_s \varepsilon_s}, E_{sc}^{\sec} = \frac{\sigma_{sc}}{\varepsilon_{sc}}, E_r^{\sec} = \frac{\sigma_r}{\varepsilon_r}$
11.	Уточняют положение центра тяжести приведённого сечения	$y_0 = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} E_{b,i}^{\sec} S_{b,i} + E_s^{\sec} S_s + E_{sc}^{\sec} S_{sc} + \sum_{i=1}^{n-2} E_{r,i}^{\sec} S_{r,i}}{\sum_{i=0}^{n-1} E_{b,i}^{\sec} A_{b,i} + E_s^{\sec} A_s + E_{sc}^{\sec} A_{sc} + \sum_{i=1}^{n-2} E_{r,i}^{\sec} A_{r,i}}$

12.	Вычисляют положение нейтральной оси	$y_{h.o.} = y_0 - \frac{1}{e_0} \frac{\sum_{i=0}^{n-1} E_{b,i}^{\sec} I_{b,i} + E_s^{\sec} I_s + E_{sc}^{\sec} I_{sc} + \sum_{i=1}^{n-2} E_{r,i}^{\sec} I_{r,i}}{\sum_{i=0}^{n-1} E_{b,i}^{\sec} A_{b,i} + E_s^{\sec} A_s + E_{sc}^{\sec} A_{sc} + \sum_{i=1}^{n-2} E_{r,i}^{\sec} A_{r,i}}$
13.	Уточняют изгибную жёсткость сечения	$B = \sum_{i=0}^{n-1} E_{b,i}^{\sec} I_{b,i} + E_s^{\sec} I_s + E_{sc}^{\sec} I_{sc} + \sum_{i=1}^{n-2} E_{r,i}^{\sec} I_{r,i}$
14.	Уточняют кривизну	$\frac{1}{r} = \frac{M}{B}, \quad \left(\frac{1}{r} \right)_{crc} = \frac{\varepsilon_{bt2}}{y_{h.o.}},$ $\left(\frac{1}{r} \right)_{ult} = \min \left[\frac{\varepsilon_{b2}}{h - y_{h.o.}}, \frac{\varepsilon_{s0}}{h - a'_s - y_{h.o.}}, \frac{\varepsilon_{s0}}{y_{h.o.} - a_s}, \frac{\varepsilon_{s0}}{h - a'_{s1} - y_{h.o.}}, \frac{\varepsilon_{s0}}{y_{h.o.} - a_{s1}} \right]$
15.	В случае, если относительная разница кривизн, полученных на данной и предыдущей итерациях, превышает 5 %, то расчёт повторяют с п. 7	$\left[\frac{1}{r} - \left(\frac{1}{r} \right)' \right] / \frac{1}{r} < 5\%$
16.	Определяют окончательные значения прочности и трещиностойкости, включая ширину раскрытия трещин	$M_{crc} = \left(\frac{1}{r} \right)_{crc} B, \quad M_{ult} = \left(\frac{1}{r} \right)_{ult} B, \quad a_{crc} = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \frac{\sigma_s}{E_s^{\sec}} \psi_s I_s,$
17.	Вывод промежуточных результатов для анализа и подготовка данных для расчёта других сечений, расположенных вдоль пролёта балки	$M_{crc}, M_{ult}, B, \frac{1}{r}, \varepsilon_b, \varepsilon_{bt}, \varepsilon_s, \varepsilon_{sc}, \varepsilon_r, \sigma_s, \sigma_{sc}, \sigma_b, \sigma_{bt}, \sigma_r$
18.	Выполняют необходимые проверки прочности и трещиностойкости	$M > M_{crc}, \quad M \leq M_{ult}, \quad a_{crc} \leq a_{crc,ult}$

Экспериментальные исследования сталежелезобетонных конструкций, работающих на внецентрное сжатие

В.И.Травуш, Д.В.Конин, Л.С.Рожкова, А.С.Крылов, С.С.Каприев, И.А.Чилин,
А.С.Мартиросян, А.И.Фимкин



№ п/п	Индекс ¹	μ , % арм.	Сталь сер- деч- ника	Бетон ¹	Доп. анкеровка серде-чника ²	Возраст бетона перед исп., сут	Кубиковая прочность бетона, МПа	Эксперимент, см	Площадь экс- периметра ³	H факт., см	В факт., см	L, см
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	K9-1	10,6	C255	B80	нет	41	101,3	0	0	15,0	15,0	60
2	K9-2	10,6	C255	B80	нет	41	101,3	0	0	15,0	15,0	60
3	K9-7	10,5	C255	B80	нет	33	90,1	0	0	15,1	15,1	60
4	K9-3	10,6	C255	ФБ	нет	41	144,7	0	0	15,0	15,0	60
5	K9-4	10,6	C255	ФБ	нет	41	144,7	0	0	15,0	15,0	60
6	K9-5	10,5	C255	B80	нет	33	90,1	3	А	15,1	15,1	60
7	K9-8	10,4	C255	B80	нет	33	90,1	3	А	15,1	15,2	60
8	K9-22	10,6	C255	B80	нет	92	106,8	3	А	15,0	15,0	60
9	K9-13	10,5	C255	ФБ	нет	69	141,1	3	А	15,1	15,1	60
10	K9-14	10,4	C255	ФБ	нет	69	141,1	3	А	15,2	15,1	60
11	K9-15	10,7	C255	ФБ	нет	69	141,1	3	А	14,9	14,8	60
12	K9-6	10,5	C255	B80	нет	33	90,1	3	Б	15,1	15,1	60
13	K9-10	10,3	C255	B80	нет	30	95,1	3	Б	15,2	15,3	60
14	K9-17	10,6	C255	ФБ	нет	86	140,7	3	Б	15,1	14,9	60
15	K9-20	10,5	C255	ФБ	нет	69	141,1	3	Б	15,1	15,1	60
16	K9-21	10,5	C255	ФБ	нет	69	141,1	3	Б	15,0	15,1	60
17	K9-9	10,6	C255	B80	нет	30	95,1	5	А	15,1	14,9	60
18	K9-11	10,5	C255	B80	нет	34	95,1	5	А	15,1	15,1	60
19	K9-12	10,2	C255	B80	нет	34	95,1	5	А	15,2	15,4	60
20	K9-16	10,6	C255	ФБ	нет	64	140,7	5	А	15,0	15,0	60
21	K9-18	10,5	C255	ФБ	нет	64	140,7	5	А	15,0	15,1	60
22	K9-19	10,3	C255	ФБ	нет	64	140,7	5	А	15,1	15,4	60
23	K10-3	17,6	C255	B80	нет	27	93,8	0	0	15,1	15,1	60
24	K10-8	17,5	C255	B80	нет	27	93,8	0	0	15,1	15,2	60
25	K10-11	17,6	C255	B80	нет	94	104,4	0	0	15,2	14,9	60
26	K10-18	17,1	C255	ФБ	нет	43	145,8	0	0	15,3	15,2	60
27	K10-19	17,5	C255	ФБ	нет	43	144,2	0	0	15,1	15,1	60
28	K10-22	17,3	C255	ФБ	нет	43	140,5	0	0	15,2	15,2	60
29	K10-9	17,1	C255	ФБ	нет	62	140,9	3	А	15,2	15,3	60
30	K10-10	17,7	C255	ФБ	нет	62	140,9	3	А	15,0	14,9	60
31	K10-12	17,4	C255	ФБ	нет	62	140,9	3	А	15,1	15,1	60
32	K10-17	17,7	C255	B80	нет	93	112,7	3	А	15,0	15,0	60
33	K10-20	17,7	C255	B80	нет	92	106,7	3	А	15,0	15,0	60

34	K10-21	17,3	C255	B80	нет	94	106,2	3	А	15,2	15,2	60
35	K10-5	17,4	C255	B80	нет	28	93,8	3	Б	15,2	15,1	60
36	K10-7	17,7	C255	B80	нет	28	93,8	3	Б	15,0	15,0	60
37	K10-16	17,4	C255	B80	нет	94	110,2	3	Б	15,1	15,2	60
38	K10-13	17,4	C255	ФБ	нет	62	140,9	3	Б	15,1	15,1	60
39	K10-14	17,7	C255	ФБ	нет	62	140,9	3	Б	15,1	14,9	60
40	K10-15	17,6	C255	ФБ	нет	62	140,9	3	Б	15,1	15,0	60
41	K10-1	17,6	C255	ФБ	нет	64	140,7	5	А	15,0	15,1	60
42	K10-2	17,5	C255	ФБ	нет	64	140,7	5	А	15,1	15,1	60
43	K10-4	17,7	C255	B80	нет	28	93,8	5	А	15,0	15,0	60
44	K10-6	17,5	C255	B80	нет	28	93,8	5	А	15,1	15,1	60
45	БП 1	0,0	-	ФБ	нет	90	97,9	0	0	15,0	14,9	60
46	БП 2	0,0	-	ФБ	нет	90	97,9	0	0	15,0	15,0	60
47	БП 3	0,0	-	ФБ	нет	90	97,9	0	0	15,0	15,0	60
48	ФБП 1	0,0	-	ФБ	нет	100	146	0	0	15,0	15,1	60
49	ФБП 2	0,0	-	ФБ	нет	100	146	0	0	15,0	15,0	60
50	ФБП 3	0,0	-	ФБ	нет	100	146	0	0	15,0	15,2	60
51	K3	10,1	C255	B25	СБ	135	28,55	0	0	39,7	39,9	164
52	K13	10,0	C255	B25	СБ	135	28,55	0	0	40,0	39,9	164
53	K11	10,0	C255	B25	нет	135	28,55	1,5	А	40,0	39,9	164
54	K12	10,0	C255	B25	нет	135	28,55	1,5	А	40,0	40,0	164
55	K10	10,0	C255	B25	СБ	84	28,55	1,5	А	40,1	39,9	164
56	K14	10,0	C255	B25	СБ	127	28,55	1,5	А	40,0	39,9	164
57	K15	10,0	C255	B25	ПА	127	28,55	1,5	А	39,9	39,8	164
58	K16	10,0	C255	B25	ПА	128	28,55	1,5	А	40,0	39,9	164
59	K1	10,0	C345	B25	СБ	127	28,55	7,5	А	40,0	39,9	164
60	K2	10,1	C345	B25	СБ	135	28,55	7,5	А	39,6	40,0	164
61	K4	10,0	C255	B25	СБ	128	28,55	7,5	А	40,0	39,8	164
62	K9	10,1	C255	B25	СБ	127	28,55	7,5	А	39,7	39,8	164
63	K5	5,0	C255	B25	СБ	84	28,55	7,5	А	40,0	39,9	164
64	K6	5,0	C255	B25	СБ	128	28,55	7,5	А	40,1	39,8	164
65	K7	15,1	C255	B25	СБ	135	28,55	7,5	А	40,0	39,8	166
66	K8	15,1	C255	B25	СБ	128	28,55	7,5	А	39,9	39,9	166

Таблица 2

Сравнение расчётных и экспериментальным данным

№ п/п	Образец	N*, т		%
		Опыт	Теор.	
1.	K-1	570	505	11,8%
2.	K-2	560		
3.	K-3	265	195	21,8%
4.	K-4	210		
5.	K-5	234	201	27,1%
6.	K-6	277		

ВЫВОДЫ:

1. Проведен начальный этап по совершенствованию методики расчёта внецентренно сжатых сталежелезобетонных элементов с использованием нелинейной деформационной модели, что достигнуто введением геометрических и физических параметров жёсткой арматуры в ранее разработанный автором алгоритм для элементов из обычного железобетона.
2. Выполнено сравнение расчёта несущей способности сталежелезобетонных колонн по предложенной методике с экспериментальными данными других авторов (Травуш В.И. и др.). Установлено хорошее совпадение результатов, с разницей не превышающей 28%.
3. Необходимо дальнейшее совершенствование и всесторонняя проверка методики для внедрения её в нормы проектирования.

КОСО ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫЕ СТЕРЖНЕВЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ИЗ АРМИРОВАННОГО БЕТОНА

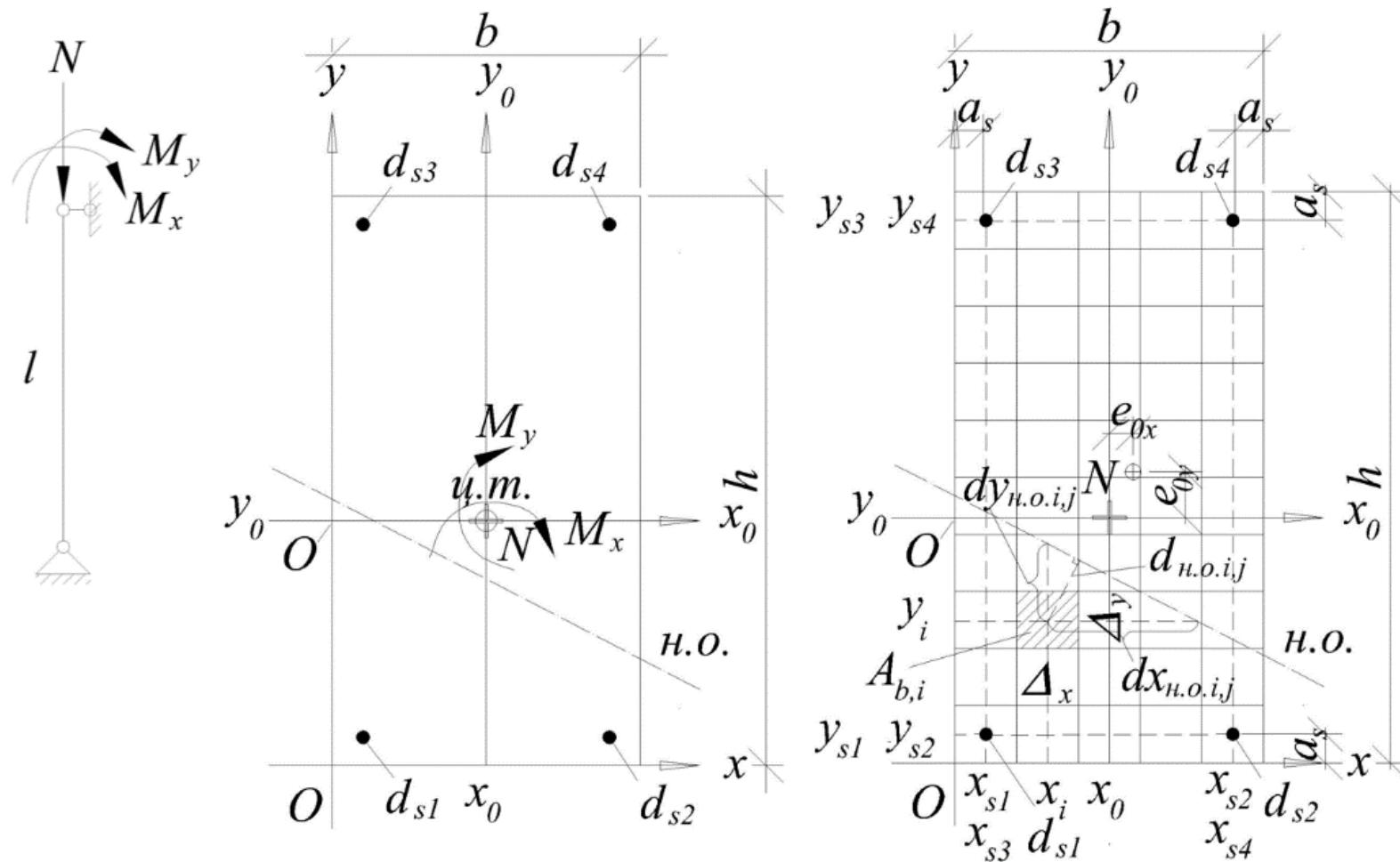


Таблица 1 – Обобщенный алгоритм расчета прочности железобетонных элементов при косом внецентренном сжатии с применением нелинейной деформационной модели

№ п/п	Описание этапа	Основные расчетные выражения и величины
Исходные данные		
1.	Геометрические, физические и силовые параметры.	$b, h, a_s, d_{s1}, d_{s2}, d_{s3}, d_{s4}$, кл. B, кл. A, N, e_{0x}, e_{0y} .
2.	Диаграммы деформирования материалов: для арматуры – двухлинейная Прандтля, для бетона – криволинейная [12]–[15] либо [14].	« σ_b - ε_b », « σ_{br} - ε_{br} », « σ_s - ε_s », « σ_{sc} - ε_{sc} ».
Этап I. Первое приближение		
3.	Задать начальное положение декартовой системы координат Oxy с началом в левом нижнем углу сечения элемента. Сечение разбить по высоте и ширине на элементарные площадки с размерами $\Delta_x \times \Delta_y$. С центральными осями Ox_0y_0 приведённого сечения связать точку приложения сжимающей силы N .	$n \geq 10, m \geq 10, \Delta_x = \frac{b}{m}, \Delta_y = \frac{h}{n}$.
4.	Для каждой площадки определить её координаты $x_{i,j}$ и $y_{i,j}$. Составить расчетную схему сечения.	$x_{i,j} = \Delta_x (j + 0,5), y_{i,j} = \Delta_y (i + 0,5), i \in [0; n-1], j \in [0; m-1]$.
5.	Начальное приближение кривизн.	$\chi_x = \frac{1}{\rho_x} = R_b \frac{bh^2}{6E_b} e_{0y}, \chi_y = \frac{1}{\rho_y} = R_b \frac{hb^2}{6E_b} e_{0x}, \chi_0 = \sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}$.
6.	Начальное приближение радиусов инерции сечения.	$i_x = \frac{b}{\sqrt{12}}, i_y = \frac{h}{\sqrt{12}}$.
7.	Начальное приближение координат ц.т. приведённого сечения.	$x_0 = \frac{b}{2}, y_0 = \frac{h}{2}$.
8.	Начальное положение нейтральной оси.	$x_{h.o.i,j} = x_0 - \frac{i_y^2}{e_{0x}} \left[1 + \frac{e_{0y}(y_{i,j} - y_0)}{i_x^2} \right], y_{h.o.i,j} = y_0 - \frac{i_x^2}{e_{0y}} \left[1 + \frac{e_{0x}(x_{i,j} - x_0)}{i_y^2} \right],$ $x_{h.o.s1} = x_0 - \frac{i_y^2}{e_{0x}} \left[1 + \frac{e_{0y}(a_s - y_0)}{i_x^2} \right], y_{h.o.s1} = y_0 - \frac{i_x^2}{e_{0y}} \left[1 + \frac{e_{0x}(a_s - x_0)}{i_y^2} \right],$ $x_{h.o.s2} = x_{h.o.s1}, y_{h.o.s2} = y_0 - \frac{i_x^2}{e_{0y}} \left[1 + \frac{e_{0x}(b - a_s - x_0)}{i_y^2} \right],$ $x_{h.o.s3} = x_0 - \frac{i_y^2}{e_{0x}} \left[1 + \frac{e_{0y}(h - a_s - y_0)}{i_x^2} \right], y_{h.o.s3} = y_{h.o.s1}, x_{h.o.s4} = x_{h.o.s3},$ $y_{h.o.s4} = y_{h.o.s2}$.
9.	Расстояния от каждой точки железобетонного сечения до нейтральной оси.	$dx_{h.o.i,j} = x_{h.o.i,j} - x_{i,j}, dy_{h.o.i,j} = y_{h.o.i,j} - y_{i,j}, d_{h.o.i,j} = \frac{ dx_{h.o.i,j} dy_{h.o.i,j} }{\sqrt{(dx_{h.o.i,j})^2 + (dy_{h.o.i,j})^2}}$; $dx_{h.o.s1} = x_{h.o.s1} - a_s, dy_{h.o.s1} = y_{h.o.s1} - a_s, dy_{h.o.s2} = x_{h.o.s2} - (b - a_s)$,
Этап II. Последовательные приближения		
		$dy_{h.o.s2} = y_{h.o.s2} - a_s, dx_{h.o.s3} = x_{h.o.s3} - a_s, dy_{h.o.s3} = y_{h.o.s3} - (h - a_s),$ $dx_{h.o.s4} = x_{h.o.s4} - (b - a_s), dy_{h.o.s4} = y_{h.o.s4} - (h - a_s),$ $d_{h.o.s.l} = \frac{ dx_{h.o.s.l} dy_{h.o.s.l} }{\sqrt{(dx_{h.o.s.l})^2 + (dy_{h.o.s.l})^2}}, l=1,2,3,4.$
10.	Задаться числом итераций (последовательных приближений) расчета – рекомендовано не менее 20.	$p \geq 20, k \in [0; p-1]$.
Этап II. Последовательные приближения		
		$\varepsilon_{i,j} = k \chi_0 d_{h.o.i,j} + \varepsilon_0, \varepsilon_0 = 0$, где $k = +1$, если $e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} \geq 0 \cup dx_{h.o.i,j} \geq 0$; $k = -1$, если $e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} \geq 0 \cup dx_{h.o.i,j} < 0$; $k = +1$, если $e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} < 0 \cup dx_{h.o.i,j} \geq 0$; $k = -1$, если $e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} < 0 \cup dx_{h.o.i,j} < 0$; $k = +1$, если $e_{0x} < 0 \cup e_{0y} < 0 \cup dx_{h.o.i,j} \geq 0$; $k = -1$, если $e_{0x} < 0 \cup e_{0y} < 0 \cup dx_{h.o.i,j} < 0$; $k = +1$, если $e_{0x} < 0 \cup e_{0y} \geq 0 \cup dx_{h.o.i,j} \geq 0$; $k = -1$, если $e_{0x} < 0 \cup e_{0y} \geq 0 \cup dx_{h.o.i,j} < 0$.
11.	Используя гипотезу плоских сечений, вычислить относительные деформации в бетоне и арматуре.	$\varepsilon_{s,l} = k \chi_0 d_{h.o.s.l} + \varepsilon_0, \varepsilon_0 = 0, l=1,2,3,4$, где $k = +1$, если $e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} \geq 0 \cup dx_{h.o.s.l} \geq 0$; $k = -1$, если $e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} \geq 0 \cup dx_{h.o.s.l} < 0$; $k = +1$, если $e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} < 0 \cup dx_{h.o.s.l} < 0$; $k = -1$, если $e_{0x} \geq 0 \cup e_{0y} < 0 \cup dx_{h.o.s.l} \geq 0$; $k = +1$, если $e_{0x} < 0 \cup e_{0y} < 0 \cup dx_{h.o.s.l} \geq 0$; $k = -1$, если $e_{0x} < 0 \cup e_{0y} < 0 \cup dx_{h.o.s.l} < 0$.
12.	По диаграммам деформирования « σ_b - ε_b », « σ_{br} - ε_{br} », « σ_s - ε_s », « σ_{sc} - ε_{sc} » вычислить соответствующие напряжения в бетоне и арматуре.	$\sigma_{i,j}, \sigma_{s,l}, l=1,2,3,4$.
13.	Коэффициент, учитывающий совместную работу растянутого бетона и арматуры на участке между трещинами.	$\psi_{s,l} = \begin{cases} \max \left[\min \left(1 - 0,8 \frac{\sigma_{s,l} _{\varepsilon_{br2}}}{\sigma_{s,l} _{\varepsilon_{i,j}}}; 1,0 \right); 0,2 \right], & \text{если } \varepsilon_{s,l} > \varepsilon_{br2}, l=1,2,3,4. \\ 1,0, & \text{если } \varepsilon_{s,l} \leq \varepsilon_{br2} \end{cases}$
14.	Вычислить секущие модули деформаций бетона и арматуры.	$E_{b,i,j}^{\sec} = \frac{\sigma_{b,i,j}}{\varepsilon_{i,j}}$, (если $\varepsilon_{i,j} > \varepsilon_{br2}$, то $E_{b,i,j}^{\sec} = 0$), $E_{s,red,l}^{\sec} = \frac{\sigma_{s,l}}{\psi_{s,l} \varepsilon_{s,l}}, l=1,2,3,4$.
15.	Площадь элементарных бетонных площадок.	$\{\Delta A_{b,i,j} = \Delta_x \Delta_y, \text{ если } E_{b,i,j}^{\sec} > 0; \Delta A_{b,i,j} = 0, \text{ если } E_{b,i,j}^{\sec} \leq 0\}$.
16.	Статический момент элементарных бетонных площадок относительно заданных осей координат Oxy .	$\{\Delta S_{bx,i,j} = \Delta_x \Delta_y y_{i,j}, \text{ если } E_{b,i,j}^{\sec} > 0; \Delta S_{bx,i,j} = 0, \text{ если } E_{b,i,j}^{\sec} \leq 0\}$ $\{\Delta S_{by,i,j} = \Delta_x \Delta_y (x_{i,j} - x_0), \text{ если } E_{b,i,j}^{\sec} > 0; \Delta S_{by,i,j} = 0, \text{ если } E_{b,i,j}^{\sec} \leq 0\}$
17.	Момент инерции элементарных бетонных площадок относительно центральных осей координат $O'x_0y_0$ приведённого сечения.	$\{\Delta I_{bx0,i,j} = \Delta_x \Delta_y (y_{i,j} - y_0)^2, \text{ если } E_{b,i,j}^{\sec} > 0; \Delta I_{bx0,i,j} = 0, \text{ если } E_{b,i,j}^{\sec} \leq 0\}$ $\{\Delta I_{by0,i,j} = \Delta_x \Delta_y (x_{i,j} - x_0)^2, \text{ если } E_{b,i,j}^{\sec} > 0; \Delta I_{by0,i,j} = 0, \text{ если } E_{b,i,j}^{\sec} \leq 0\}$
18.	Площадь бетонного сечения за вычетом трещины.	$A_b = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \Delta A_{b,i,j}$.

19.	Статический момент бетонного сечения относительно заданных осей координат Oxy за вычетом трещины.	$S_{bx} = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \Delta S_{bx,i,j}, \quad S_{by} = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \Delta S_{by,i,j}.$
20.	Момент инерции бетонного сечения относительно центральных осей координат $O'x_0y_0$ приведённого сечения.	$I_{bx0} = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \Delta I_{bx,i,j}, \quad I_{by0} = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \Delta I_{by,i,j}.$
21.	Осреднённый секущий модуль деформаций всего бетонного сечения.	$E_{\text{bred}}^{\text{sec}} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} E_{b,i,j}^{\text{sec}}}{nm}.$
22.	Площадь приведённого сечения за вычетом трещины.	$A_{\text{red}} = A_b + \frac{\sum_{l=1}^4 E_{\text{red},l}^{\text{sec}} A_{s,l}}{E_{\text{bred}}^{\text{sec}}}.$
23.	Статический момент приведённого сечения относительно заданных осей координат Oxy за вычетом трещины.	$S_{\text{red}x} = S_{bx} + \frac{\left(E_{\text{red},1}^{\text{sec}} A_{s1} + E_{\text{red},2}^{\text{sec}} A_{s2} \right) a_s + \left(E_{\text{red},3}^{\text{sec}} A_{s3} + E_{\text{red},4}^{\text{sec}} A_{s4} \right) (h - a_s) }{E_{\text{bred}}^{\text{sec}}},$ $S_{\text{red}y} = S_{by} + \frac{\left(E_{\text{red},1}^{\text{sec}} A_{s1} + E_{\text{red},2}^{\text{sec}} A_{s2} \right) a_s + \left(E_{\text{red},3}^{\text{sec}} A_{s3} + E_{\text{red},4}^{\text{sec}} A_{s4} \right) (b - a_s) }{E_{\text{bred}}^{\text{sec}}}.$
24.	Уточнить координаты центра тяжести приведенного сечения и положением нейтральной оси.	$x_0 = \frac{S_{\text{red}y}}{A_{\text{red}}}, \quad y_0 = \frac{S_{\text{red}x}}{A_{\text{red}}}.$
25.	Момент инерции приведённого сечения относительно центральных осей координат $O'x_0y_0$ приведённого сечения.	$I_{\text{red}x0} = I_{bx0} + \frac{\left(E_{\text{red},1}^{\text{sec}} A_{s1} + E_{\text{red},2}^{\text{sec}} A_{s2} \right) (a_s - y_0)^2 + \left(E_{\text{red},3}^{\text{sec}} A_{s3} + E_{\text{red},4}^{\text{sec}} A_{s4} \right) [(h - a_s) - y_0]^2}{E_{\text{bred}}^{\text{sec}}},$ $I_{\text{red}y0} = I_{by0} + \frac{\left(E_{\text{red},1}^{\text{sec}} A_{s1} + E_{\text{red},2}^{\text{sec}} A_{s2} \right) (a_s - y_0)^2 + \left(E_{\text{red},3}^{\text{sec}} A_{s3} + E_{\text{red},4}^{\text{sec}} A_{s4} \right) [(b - a_s) - x_0]^2}{E_{\text{bred}}^{\text{sec}}}.$
26.	Радиусы инерции приведённого сечения.	$i_{\text{red}x} = \sqrt{\frac{I_{\text{red}x0}}{A_{\text{red}}}}, \quad i_{\text{red}y} = \sqrt{\frac{I_{\text{red}y0}}{A_{\text{red}}}}.$
27.	Уточнить положение нейтральной оси.	$x_{n.o.i,j} = x_0 - \frac{i_{\text{red}y}^2}{e_{0x}} \left[1 + \frac{e_{0y} (y_{i,j} - y_0)}{i_{\text{red}x}^2} \right], \quad y_{n.o.i,j} = y_0 - \frac{i_{\text{red}x}^2}{e_{0y}} \left[1 + \frac{e_{0x} (x_{i,j} - x_0)}{i_{\text{red}y}^2} \right],$ $x_{n.o.s1} = x_0 - \frac{i_{\text{red}y}^2}{e_{0x}} \left[1 + \frac{e_{0y} (a_s - y_0)}{i_{\text{red}x}^2} \right], \quad y_{n.o.s1} = y_0 - \frac{i_{\text{red}x}^2}{e_{0y}} \left[1 + \frac{e_{0x} (a_s - x_0)}{i_{\text{red}y}^2} \right],$ $x_{n.o.s2} = x_{n.o.s1}, \quad y_{n.o.s2} = y_0 - \frac{i_{\text{red}x}^2}{e_{0y}} \left[1 + \frac{e_{0x} (b - a_s - x_0)}{i_{\text{red}y}^2} \right],$ $x_{n.o.s3} = x_0 - \frac{i_{\text{red}y}^2}{e_{0x}} \left[1 + \frac{e_{0y} (h - a_s - y_0)}{i_{\text{red}x}^2} \right], \quad y_{n.o.s3} = y_{n.o.s1}, \quad x_{n.o.s4} = x_{n.o.s3},$ $y_{n.o.s4} = y_{n.o.s1}.$
28.	Уточнить расстояния от каждой точки железобетонного сечения до нейтральной оси.	$dx_{n.o.i,j} = x_{n.o.i,j} - x_{i,j}, \quad dy_{n.o.i,j} = y_{n.o.i,j} - y_{i,j}, \quad d_{n.o.i,j} = \frac{ dx_{n.o.i,j} dy_{n.o.i,j} }{\sqrt{(dx_{n.o.i,j})^2 + (dy_{n.o.i,j})^2}};$ $dx_{n.o.s1} = x_{n.o.s1} - a_s, \quad dy_{n.o.s1} = y_{n.o.s1} - a_s, \quad dx_{n.o.s2} = x_{n.o.s2} - (b - a_s),$ $dy_{n.o.s2} = y_{n.o.s2} - a_s, \quad dx_{n.o.s3} = x_{n.o.s3} - a_s, \quad dy_{n.o.s3} = y_{n.o.s3} - (h - a_s),$ $dx_{n.o.s4} = x_{n.o.s4} - (b - a_s), \quad dy_{n.o.s4} = y_{n.o.s4} - (h - a_s),$ $d_{n.o.s,l} = \frac{ dx_{n.o.s,l} dy_{n.o.s,l} }{\sqrt{(dx_{n.o.s,l})^2 + (dy_{n.o.s,l})^2}}, \quad l=1,2,3,4.$
29.	Определить относительные деформации для наиболее сжатой бетонной площадки, её идентификация.	$\varepsilon_b^{\min} = \min(\varepsilon_{i,j}) = \varepsilon_{b,j_0}, \quad i=i_b, j=j_b; \quad x_b^{\min} = x_{b,j_0}, \quad y_b^{\min} = y_{b,j_0}.$
30.	Координаты нейтральной оси для наиболее сжатой бетонной площадки.	$x_{n.o.b}^{\min} = x_0 - \frac{i_{\text{red}y}^2}{e_{0x}} \left[1 + \frac{e_{0y} (y_b - y_0)}{i_{\text{red}x}^2} \right], \quad y_{n.o.b}^{\min} = y_0 - \frac{i_{\text{red}x}^2}{e_{0y}} \left[1 + \frac{e_{0x} (x_b - x_0)}{i_{\text{red}y}^2} \right].$
31.	Расстояние от наиболее сжатой бетонной площадки до нейтральной оси.	$d_{n.o.b}^{\min} = \frac{ x_{n.o.b}^{\min} - x_b^{\min} y_{n.o.b}^{\min} - y_b^{\min} }{\sqrt{(x_{n.o.b}^{\min} - x_b^{\min})^2 + (y_{n.o.b}^{\min} - y_b^{\min})^2}}$
32.	Определить относительные деформации для наиболее растянутого и наиболее сжатого арматурного стержня, его идентифицировать.	$\varepsilon_s^{\max} = \max(\varepsilon_{i,l}), \quad l=1,2,3,4 \Rightarrow l_{\max}, \quad \varepsilon_s^{\min} = \min(\varepsilon_{i,l}), \quad l=1,2,3,4 \Rightarrow l_{\min}.$
33.	Координаты нейтральной оси для наиболее растянутого и наиболее сжатого арматурного стержня.	$x_{n.o.s}^{\max} = x_{n.o.s,l_{\max}}, \quad y_{n.o.s}^{\max} = y_{n.o.s,l_{\max}}; \quad x_{n.o.s}^{\min} = x_{n.o.s,l_{\min}}, \quad y_{n.o.s}^{\min} = y_{n.o.s,l_{\min}}.$
34.	Расстояние от наиболее растянутого и наиболее сжатого арматурного стержня до нейтральной оси.	$d_{n.o.s}^{\max} = \frac{ x_{n.o.s}^{\max} - x_s^{\max} y_{n.o.s}^{\max} - y_s^{\max} }{\sqrt{(x_{n.o.s}^{\max} - x_s^{\max})^2 + (y_{n.o.s}^{\max} - y_s^{\max})^2}},$ $d_{n.o.s}^{\min} = \frac{ x_{n.o.s}^{\min} - x_s^{\min} y_{n.o.s}^{\min} - y_s^{\min} }{\sqrt{(x_{n.o.s}^{\min} - x_s^{\min})^2 + (y_{n.o.s}^{\min} - y_s^{\min})^2}}.$
35.	Вклад каждой компоненты сечения в кривизну.	$\chi_{0b}^{\min} = \frac{\varepsilon_{b2}}{d_{n.o.b}^{\min}}, \quad \chi_{0s}^{\max} = \frac{\varepsilon_{s2}}{d_{n.o.s}^{\max}}, \quad \chi_{0s}^{\min} = \frac{\varepsilon_{s2}}{d_{n.o.s}^{\min}}.$
36.	Обобщённая кривизна сечения.	$\chi_0 = \min(\chi_{0b}^{\min}, \chi_{0s}^{\max}, \chi_{0s}^{\min}).$
		Этап III. Проверка точности итерационного процесса
37.	В случае если среднеквадратичная относительная разница кривизн, полученных на данной и предыдущей итерациях, превышает 5 %, то расчет повторяют с п. 11.	$\frac{(\chi_0)_k - (\chi_0)_{k-1}}{(\chi_0)_k} \cdot 100\% < 5\%.$
		Этап IV. Конечный результат
38.	Предельная продольная сила, приложенная в центре тяжести приведённого сечения.	$N_{ult} = \Delta_x \Delta_y \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \sigma_{i,j} + \sum_{l=1}^4 \sigma_{s,l} A_{s,l} \quad \text{или}$ $N_{ult} = \chi_0 \left[\Delta_x \Delta_y \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} E_{i,j}^{\text{sec}} dx_{n.o.i,j} + \sum_{l=1}^4 E_{s,l}^{\text{sec}} A_{s,l} d_{n.o.s,l} \right].$
39.	Компоненты предельного момента.	$M_{ultx} = N_{ult} e_{0x}, \quad M_{ulty} = N_{ult} e_{0y}, \quad M_{ult} = \sqrt{M_{ultx}^2 + M_{ulty}^2}$
		Этап V. Проверка
40.	Проверка прочности нормального сечения. Если проверка не выполняется, то следует поменять исходные данные п. 1, пересчитать задачу и получить оптимальное конструирование.	$N \leq N_{ult}.$

ТОЧНОСТЬ, ПОГРЕШНОСТЬ, СХОДИМОСТЬ

Под точностью в технике понимается степень соответствия фактических значений геометрических, физических, кинематических и других параметров изделия (элемента, узла, конструкции и т.п.) опорным значениям, указанным в проектной или нормативно-технической документации. Мерой точности является погрешность, характеризуемая разностью между фактическим и опорным значением какого-либо параметра:

$$\Delta_X = |X' - X| \leq [\Delta_X]$$

$$\delta_X = \left| \frac{X' - X}{X'} \right| \cdot 100\% \leq [\delta_X]$$

Гвоздев В.Д. Прикладная метрология: точность измерений. – М.: МИИТ, 2011. – 72 с.
РМГ 29-2013 ГСИ «Метрология. Основные термины и определения»
РМГ 91-2019 Государственная система обеспечения единства измерений (ГСИ)

1. Неустранимые погрешности:

1.1. Погрешности, возникающие в ходе идеализации объекта исследований (стержневого элемента) путём построения его математической модели.

1.2. Неточности в исходных данных: при определении геометрии, нагрузок, физико-механических свойств материалов и т.д.

2. Погрешности метода расчёта.

3. Вычислительные погрешности:

3.1. Погрешности, возникающие при выполнении арифметических действий над приближёнными числами.

3.2. При вычислении значений функций.

3.3. При округлении чисел при вводе данных, выполнении арифметических действий и при выводе данных.

3.4. Погрешности, вызванные ограниченностью разрядной сетки вычислительных устройств.

ГЛАВА VI. ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ И СХОДИМОСТИ РАСЧЁТА ПО ПРЕДЛОЖЕННОМУ ДИАГРАММНОМУ МЕТОДУ

6.1. Точность численного диаграммного метода расчёта стержневых железобетонных элементов

$$\Delta_X = |X' - X| \leq [\Delta_X] \quad \delta_X = \left| \frac{X' - X}{X'} \right| \cdot 100\% \leq [\delta_X]$$

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{3} \left[\left(\frac{\varepsilon_{z,k} - \varepsilon_{z,k+1}}{\varepsilon_{z,k} + \varepsilon_{z,k+1}} \right)^2 + \left(\frac{\chi_{x,k} - \chi_{x,k+1}}{\chi_{x,k} + \chi_{x,k+1}} \right)^2 + \left(\frac{\chi_{y,k} - \chi_{y,k+1}}{\chi_{y,k} + \chi_{y,k+1}} \right)^2 \right]} \leq [\delta] \quad [\delta] = 0,001 \quad \text{- Додонов М.И.}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \left[\left(\frac{\varepsilon_{z,k} - \varepsilon_{z,k+1}}{\varepsilon_{z,k}} \right)^2 + \left(\frac{\chi_{x,k} - \chi_{x,k+1}}{\chi_{x,k}} \right)^2 + \left(\frac{\chi_{y,k} - \chi_{y,k+1}}{\chi_{y,k}} \right)^2 \right]} \leq [\delta] \quad [\delta] = 0,01 \quad \text{- Кодыш Э.Н.}$$

$$\delta = \frac{\varepsilon_{b,k} - \varepsilon_{b,k-1}}{\varepsilon_{b,k-1}} \leq [\delta] \quad [\delta] = 0,01 \quad \text{- Ерышев В.А.}$$

$$\delta = \left| \frac{\varepsilon_{b,k} - \varepsilon_{b,k-1}}{\varepsilon_{b,k}} \right| < [\delta] \quad \delta = \left| \frac{\chi_{k-1} - \chi_k}{\chi_k} \right| < [\delta] \quad [\delta] = 0,03 \quad \text{- Дыховичный А.А.}$$

$$\delta = \frac{\left| \sum_i E_i A_i \Delta y_i^2 \right|}{\sum_i |E_i A_i \Delta y_i^2|} \leq [\delta] = 4 \varepsilon_M \quad \varepsilon_M = 1,0842 \cdot 10^{-19} \quad \text{- Лазовский Е.Д.}$$

$$\chi = \sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}$$

- истинное значение (теоретически установленное опорное значение) отыскиваемого параметра
- его значение, соответствующего принятой расчётной модели (точнее: дискретной нелинейной деформационной модели)

$$\tilde{\chi}$$

- значение, получаемое численным диаграммным методом в предположении отсутствия округлений

$$\tilde{\chi}_h^*$$

- приближение к решению, получаемое при реальных вычислениях

$\Delta_1 = \tilde{\chi} - \chi$ – неустранимая погрешность,

$\Delta_2 = \tilde{\chi}_h - \tilde{\chi}$ – погрешность метода,

$\Delta_3 = \tilde{\chi}_h^* - \tilde{\chi}_h$ – вычислительная погрешность.

$$\Delta_0 = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 \leq [\Delta],$$

$$[\Delta_1] + [\Delta_2] + [\Delta_3] = [\Delta], \quad \Delta_1 \leq [\Delta_1], \quad \Delta_2 \leq [\Delta_2], \quad \Delta_3 \leq [\Delta_3]$$

$$\delta_0=\delta_1+\delta_2+\delta_3\leq\left[\delta\right],$$

$$\left[\delta_1\right]+\left[\delta_2\right]+\left[\delta_3\right]=\left[\delta\right],\;\delta_1\leq\left[\delta_1\right],\;\delta_2\leq\left[\delta_2\right],\;\delta_3\leq\left[\delta_3\right]$$

$$\Delta_1=\Delta_{11}+\Delta_{12}\,,\;\delta_1=\delta_{11}+\delta_{12}$$

$$\delta_{12}=\left[\delta_{12}\right]\approx1+0,1+5=6,1\% \qquad\qquad\qquad \delta_{11}=\left[\delta_{11}\right]\leq\left[\delta_{12}\right]\approx6,1\%$$

$$\delta_1=\left[\delta_1\right]=\left[\delta_{11}\right]+\left[\delta_{12}\right]\approx12,2\%$$

$$\Delta_3=1,0842\cdot10^{-19}\,\tilde{\chi}_h^*\qquad\qquad\qquad\delta_3=1,0842\cdot10^{-19}$$

$$\Delta_3\approx0\qquad\qquad\qquad\delta_3\approx0$$

$$\Delta_2 = \Delta_{21} + \Delta_{22}$$

$$\delta_2 = \delta_{21} + \delta_{22}$$

$$D_{bx} = b \int_0^h E_b^{\sec} (y_0 - y)^2 dy, \quad M_{bx} = b \int_0^h \sigma_b (y_0 - y) dy - \text{аналитически},$$

$$D'_{bx} = \Delta_h b \sum_i E_b^{\sec} (y_0 - y)^2, \quad M'_{bx} = \Delta_h b \sum_i \sigma_b (y_0 - y) - \text{численно},$$

$$\Delta_{21}^D = |D_{bx} - D'_{bx}|, \quad \Delta_{21}^M = |M_{bx} - M'_{bx}|, \quad \delta_{21}^D = \left| \frac{D_{bx} - D'_{bx}}{D'_{bx}} \right|, \quad \delta_{21}^M = \left| \frac{M_{bx} - M'_{bx}}{M'_{bx}} \right|$$

$$E_b^{\sec} = E_b^{\sec} (y)$$

$$\sigma_b = \sigma_b (y)$$

$D'_{bx} = \Delta_h b \sum_{i=0}^{n-1} E_{b,i}^{\sec} (y_0 - y_i)^2$, $M'_{bx} = \Delta_h b \sum_{i=0}^{n-1} \sigma_{b,i} (y_0 - y_i)$ – левые прямоугольники;

$D'_{bx} = \Delta_h b \sum_{i=1}^n E_{b,i}^{\sec} (y_0 - y_i)^2$, $M'_{bx} = \Delta_h b \sum_i \sigma_{b,i} (y_0 - y_i)$ – правые прямоугольники;

$D'_{bx} = \Delta_h b \sum_{i=0}^{n-1} E_{b,i+\frac{1}{2}}^{\sec} \left(y_0 - y_{i+\frac{1}{2}} \right)^2$, $M'_{bx} = \Delta_h b \sum_{i=0}^{n-1} \sigma_{b,i+\frac{1}{2}} \left(y_0 - y_{i+\frac{1}{2}} \right)$ – средние
прямоугольники;

$$D'_{bx} = \frac{\Delta_h}{2} b \sum_{i=0}^{n-1} \left[E_{b,i}^{\sec} (y_0 - y_i)^2 + E_{b,i+1}^{\sec} (y_0 - y_{i+1})^2 \right],$$

$$M'_{bx} = \frac{\Delta_h}{2} b \sum_{i=0}^{n-1} \left[\sigma_{b,i} (y_0 - y_i) + \sigma_{b,i+1} (y_0 - y_{i+1}) \right] – \text{трапеции};$$

$$D'_{bx} = \frac{\Delta_h}{6} b \sum_{i=0}^{n-1} \left[E_{b,i}^{\sec} (y_0 - y_i)^2 + 4 + E_{b,i+\frac{1}{2}}^{\sec} \left(y_0 - y_{i+\frac{1}{2}} \right)^2 + E_{b,i+1}^{\sec} (y_0 - y_{i+1})^2 \right],$$

$$M'_{bx} = \frac{\Delta_h}{6} b \sum_{i=0}^{n-1} \left[\sigma_{b,i} (y_0 - y_i) + 4 \sigma_{b,i+\frac{1}{2}} \left(y_0 - y_{i+\frac{1}{2}} \right) + \sigma_{b,i+1} (y_0 - y_{i+1}) \right] – \text{формула}$$

Симпсона.

$\Delta_{21}^D = \max_{y \in [0, h]} \left| \frac{\partial}{\partial y} \left[E_b^{\sec}(y) \times (y_0 - y)^2 \right] \right| \frac{n \Delta_h^2}{2}, \quad \Delta_{21}^M = \max_{y \in [0, h]} \left| \frac{\partial}{\partial y} \left[\sigma_b(y) \times (y_0 - y) \right] \right| \frac{n \Delta_h^2}{2}$ – левые и правые прямоугольники;

$\Delta_{21}^D = \max_{y \in [0, h]} \left| \frac{\partial}{\partial y} \left[E_b^{\sec}(y) \times (y_0 - y)^2 \right] \right| \frac{n \Delta_h^2}{4}, \quad \Delta_{21}^M = \max_{y \in [0, h]} \left| \frac{\partial}{\partial y} \left[\sigma_b(y) \times (y_0 - y) \right] \right| \frac{n \Delta_h^2}{4}$ – средние прямоугольники;

$\Delta_{21}^D = \max_{y \in [0, h]} \left| \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[E_b^{\sec}(y) \times (y_0 - y)^2 \right] \right| \frac{n \Delta_h^3}{12}, \quad \Delta_{21}^M = \max_{y \in [0, h]} \left| \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[\sigma_b(y) \times (y_0 - y) \right] \right| \frac{n \Delta_h^3}{12}$ – трапеции;

$\Delta_{21}^D \leq \max_{y \in [0, h]} \left| \frac{\partial^4}{\partial y^4} \left[E_b^{\sec}(y) \times (y_0 - y)^2 \right] \right| \frac{n \Delta_h^5}{2880}, \quad \Delta_{21}^D = \max_{y \in [0, h]} \left| \frac{\partial^4}{\partial y^4} \left[\sigma_b(y) \times (y_0 - y) \right] \right| \frac{n \Delta_h^5}{2880}$ – формула Симпсона.

$$\Delta_{21}=\left|\sigma_{b,n}\times\left(y_0+h\right)\times\frac{n\Delta_h^2}{2}\right|$$

$$\delta_{21}=\frac{\Delta_{21}}{M'_{bx}}=\frac{\Delta_{21}}{\Delta_h b\sum_i\sigma_{b,i}\left(y_0-y_i\right)}$$

$$\Delta_{21}=f(n) \hspace{10cm} \delta_{21}=\varphi(n)$$

$$\Delta_{21}=F\big(n,b,h,A_s,A_s',M,R_b,R_s,y_0,...\big) \hspace{10cm} \delta_{21}=\Phi\big(n,b,h,A_s,A_s',M,R_b,R_s,y_0,...\big)$$

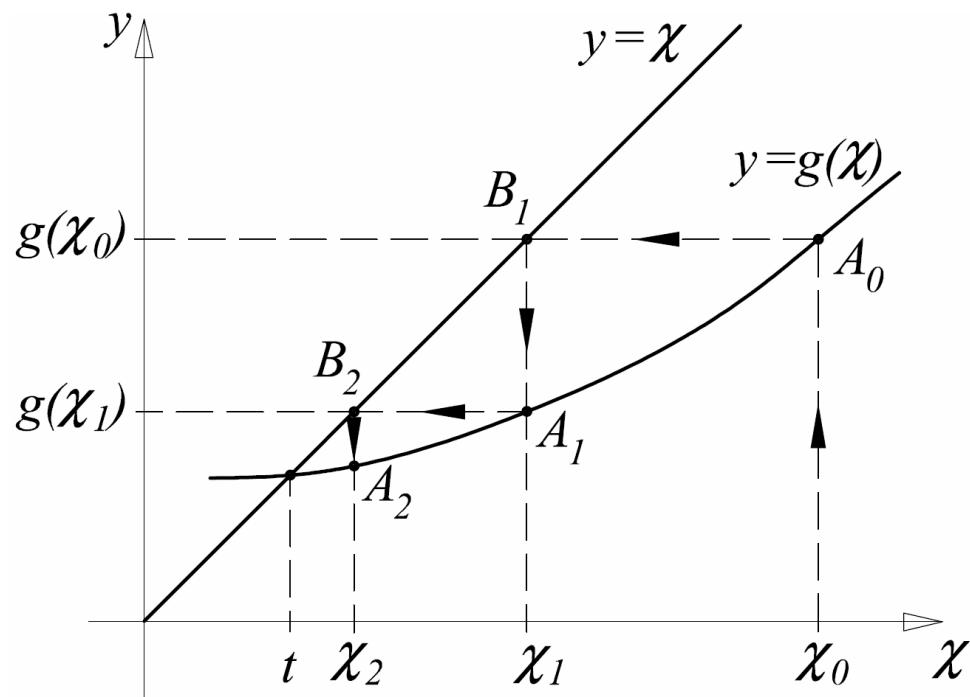
$$,$$

$$\chi = g(\chi)$$

с корнем t в интервале $[a;b]$.

$$\chi_{k+1} = g(\chi_k)$$

$$\chi_0 \in [a;b]$$



Сходимость численного метода - это способность метода приводить к решению за конечное число шагов с любой заданной точностью, при любых начальных приближениях.

$$|g'(\chi)| \leq q \quad 0 < q < 1$$

$$|t - \chi_k| \leq \frac{q}{1-q} |\chi_k - \chi_{k-1}|$$

$$\Delta_{22} = \frac{q}{1-q} |\chi_k - \chi_{k-1}| \leq [\Delta_{22}] \quad \Delta_{22} = |\chi_k - \chi_{k-1}| \leq [\Delta_{22}]$$

$$\delta_{22} = \left| \frac{\chi_{k-1} - \chi_k}{\chi_k} \right| < [\delta_{22}]$$

$$\Delta_2 = \Delta_{21} + \Delta_{22} = \left| \sigma_{b,n} \times (y_0 + h) \times \frac{n\Delta_h^2}{2} \right| + |\chi_k - \chi_{k-1}| \leq [\Delta_2],$$

$$\delta_2 = \delta_{21} + \delta_{22} = \frac{\left| \sigma_{b,n} \times (y_0 + h) \times \frac{n\Delta_h^2}{2} \right|}{\Delta_h b \sum \sigma_{b,i} (y_0 - y_i)} + \left| \frac{\chi_{k-1} - \chi_k}{\chi_k} \right| \leq [\delta_2].$$

$$[\delta_2^N] = 2\% \quad [\delta_2^L] = 1\% \quad [\delta_2^\varepsilon] = 3\%$$

$$\chi = \frac{\varepsilon_{b,n} + \varepsilon_s}{h_0} \quad \varepsilon_{b,n} = f_1(N) \quad \varepsilon_s = f_2(N) \quad \chi = \frac{M_x}{D_x} \quad \frac{\varepsilon_{b,n} + \varepsilon_s}{h_0} = \frac{M_x}{D_x}$$

$$\varepsilon_{b,n} + \varepsilon_s = \frac{M_x}{D_x} h_0 \quad f_1(N), f_2(N) \sim \frac{M_x}{D_x} h_0$$

$$[\delta_2] = \min(2[\delta_2^\varepsilon] + [\delta_2^L]; [\delta_2^N] + 3[\delta_2^L])$$

$$[\delta_2] = \min(2 \cdot 0,03 + 0,01; 0,02 + 3 \cdot 0,01) \cdot 100\% = \min(7\%; 5\%) = 5\%$$

$$[\delta_{\text{exp}}] \approx 10 \dots 20 \% \quad [\delta_{11}] \approx [\delta_{\text{exp}}] - [\delta_{12}] - [\delta_2] = 15 - 6,1 - 5 = 3,9 \%$$

$$[\delta_{11}] \approx [\delta_{\text{exp}}] - [\delta_{12}] - [\delta_2] = 15 - 6,1 - 5 = 3,9 \%$$

$$[\delta_2] = 1 \% \quad [\delta_{11}] = 7,9 \%$$